1. Agregační operátor

je zobrazení h, které každé n-tici hodnot z $\langle 0, 1\rangle$ $(n \geq 2)$ přiřadí číslo z $\langle 0, 1\rangle$

2. Fuzzy implikace

$\alpha \underset{\cdot}{\overset{S}{\rightarrow}} \beta = \underset{S}{\neg}\, \alpha \dot{\vee} \beta$ $\alpha \underset{\cdot}{\overset{Q}{\rightarrow}} \beta = \underset{S}{\neg}\, \alpha \dot{\vee} (\alpha \underset{\cdot}{\wedge} \beta)$ $\alpha \underset{\cdot}{\overset{R}{\rightarrow}} \beta = \sup\{\gamma :\ \alpha \underset{\cdot}{\wedge} \gamma \leq \beta\}$

2.1. Gödelova fuzzy implikace

$$\alpha \underset{S}{\overset{R}{\rightarrow}} \beta = \begin{cases} 1 & \text{pro } \alpha \leq \beta, \\ \beta & \text{jinak.} \end{cases}$$

2.2. Łukasiewiczova fuzzy implikace

$$\alpha \underset{L}{\overset{R}{\rightarrow}} \beta = \begin{cases} 1 & \text{pro } \alpha \leq \beta, \\ 1 - \alpha + \beta & \text{jinak.} \end{cases}$$

2.3. Goguenova

$$\alpha \underset{P}{\overset{R}{\rightarrow}} \beta = \begin{cases} 1 & \text{pro } \alpha \leq \beta, \\ \frac{\beta}{\alpha} & \text{jinak.} \end{cases}$$

Každá reziduovaná implikace $\underset{\cdot}{\overset{R}{\rightarrow}}$ splňuje následující podmínky:

$\alpha \underset{\cdot}{\overset{R}{\rightarrow}} \beta = 1,$ právě když $\alpha \leq \beta$

$1 \underset{\cdot}{\overset{R}{\rightarrow}} \beta = \beta$

$\underset{\cdot}{\overset{R}{\rightarrow}}$ je nerostoucí v 1. argumentu a neklesající v 2. argumentu.

$\alpha \underset{\cdot}{\overset{\cdot}{\rightarrow}} \beta = \underset{\cdot}{\neg}\, \beta \underset{\cdot}{\overset{\cdot}{\rightarrow}} \underset{\cdot}{\neg}\, \alpha$

$\alpha \underset{\cdot}{\overset{\cdot}{\rightarrow}} (\beta \underset{\cdot}{\overset{\cdot}{\rightarrow}} \gamma) = \beta \underset{\cdot}{\overset{\cdot}{\rightarrow}} (\alpha \underset{\cdot}{\overset{\cdot}{\rightarrow}} \gamma)$

spojitost

3. Fuzzy relace

$\mu_{R^{-1}}(y, x) = \mu_R(x, y)$.
$\mu_{R \circ S}(x, z) = \sup_{y \in Y} \big\{ \mu_R(x, y) \wedge \mu_S(y, z) \big\}$,
Reflexivní relace - prvky na hlavní diagonále jednotkové

Symetrická - prvky symetrické podle hlavní diagonály

Antisymetrická - $\mu_R(r, s) \underset{\cdot}{\wedge} \mu_R(s, r) = 0$

Tranzitivita - $\mu_R(x, z) \underset{s}{\wedge} \mu_R(y, z) \leq \mu_R(x, z)$

1. V tabulce nxn polož na hlavní diagonálu první roh obdélníku
2. Uhlopříčně v obdelníku je $\mu_R(x, z)$
3. v posledních dvou rozích je $\mu_R(x, z), \mu_R(y, z)$
4. Můžeš spočíst rovnici $\mu_R(x, z) \underset{s}{\wedge} \mu_R(y, z) \leq \mu_R(x, z)$
5. Počet možností je tolik kolik je políček mimo hlavní diagonálu

4. Rozšíření relace R

$r(A) = \big\{ r(x) :\ x \in A \big\}$ $r^{-1}(B) = \big\{ x \in X :\ r(x) \in B \big\}$

5. Konvexní fuzzy množiny

$\min\big(\mu_A(x), \mu_A(y)\big) \leq \mu_A\big(\lambda x + (1 - \lambda)\, y\big)$.

6. Projekce a cylindrické rozšíření

Nejde o nic jiného, než pravoúhlé promítání. V x,y souřadnicích jsou charakteristické funkce. A uprostřed vzniká 3D objekt. (Vem si máslo, a řízni ho z jedné strany jednou funkcí a z druhé strany druhou funkcí a co ti zbyde, tak to je výsledek.

$\mu_{A \times B}(x, y) = \mu_A(x) \underset{S}{\wedge} \mu_B(y)$.

7. Fuzzy čísla a intervaly

Supp A je omezená množina

Pro všechna $\alpha \in (0, 1\rangle$ je $R_A(\alpha)$ uzavřený interval

$R_A(1) \neq \emptyset$ (tj. $R_A(1)$ je neprázdný uzavřený interval)

Je-li navíc $R_A(1)$ jednobodová množina, nazývá se A fuzzy číslo

$Supp(A \bigoplus B) =< a, b > + < c, d >=< a + c, b + d >$
$Supp(A - B) =< a, b > - < c, d >=< a - d, b - c >$
$Supp(A \bigodot B) =< a, b > * < c, d >=< min(ac, cd, bc, bd), max(ac, ad, bc,$
$Supp(A/B =< a, b > / < c, d >=< min(a/c, c/d, b/c, b/d), max(a/c, a/d,$
$Core$ se počítá klasicky.

1. Nakresli si obrázek
2. Spočti si horizontální reprezentaci
3. Použij na vzorce v hor. reprez. pravidla viz. výše
4. Převeď zpět na vertikální reprezentaci

8. Rozšíření binárních relací

Nechť $R \subseteq X \times Y$ je libovolná relace (nemusí být nutně zobrazením). Zobrazení $r : \mathcal{P}(X) \rightarrow \mathcal{P}(Y)$, které každé množině $A \subseteq X$ přiřadí množinu $B \subseteq Y$ podle předpisu

$$r(A) = \big\{ y \in Y :\ \big(\exists x \in A : (x, y) \in R\big) \big\}$$

nazýváme rozšířením relace R.

9. Řezová konzistence

Vlastnost fuzzy množiny se nazývá konzistentní, jestliže každá fuzzy množina A má tuto vlastnost, právě když tutéž vlastnost mají všechny α-řezy $R_A(\alpha)$ pro $\alpha > 0$.

9.1. inkluze fuzzy množin je rezove konzistentní

1. Předpokládejme, že $A \subseteq B$, $x \in R_A(\alpha)$. Pak $\alpha \leq \mu_A(x) \leq \mu_B(x)$, tedy $x \in R_B(\alpha)$ a $R_A(\alpha) \subseteq R_B(\alpha)$.

2. Předpokládejme, že platí[**?**]e-inkluze). Nechť $x \in X$. Podle věty[**?**, druha-reprezentace]e

$$\mu_A(x) = \sup\big\{ \alpha \in \langle 0, 1\rangle :\ x \in R_A(\alpha) \big\}.$$

Protože $\big\{ \alpha \in \langle 0, 1\rangle :\ x \in R_A(\alpha) \big\} \subseteq \big\{ \alpha \in \langle 0, 1\rangle :\ x \in R_B(\alpha) \big\}$, platí nerovnost $\mu_A(x) \leq \sup\big\{ \alpha \in \langle 0, 1\rangle :\ x \in R_B(\alpha) \big\} = \mu_B(x)$.

10. Muze byt neostry rez otevrena mnozina ?

ano