**str. 92 př. 2**

**a)**

$y=\frac{2x+1}{x+5}$

$y'=\frac{9}{(x+5)^2} \quad x\neq -5$

Funkce je rostoucí v R. Nemá lokální extrémy.

**b)**

$y=1+\frac{1}{x}$

$y'=1-\frac{1}{x^2} \quad x\neq 0$

$1-\frac{1}{x^2}=0 \Rightarrow x=\pm 1$

$(-\infty,-1)\rightarrow f'(x)>0$
$(-1,1)\rightarrow f'(x)<0$
$(1,\infty)\rightarrow f'(x)>0$

$f(-1)=-2$ - Ostré lokální maximum
$f(1)=2$ - Ostré lokální minimum

Funkce je rostoucí v intervalech $(-\infty,-1)$ a $(1,\infty)$, v intervalu $(-1,1)$ je funkce klesající.

**c)**

$y=\frac{x}{x^2+1}$

$y'=\frac{-x^2+1}{(x^2+1)}$

$(-\infty,-1)\rightarrow f'(x)<0$
$(-1,1)\rightarrow f'(x)>0$
$(1,\infty)\rightarrow f'(x)<0$

$f(-1)=-\frac{1}{2}$ - Ostré lokální maximum

$f(1)=\frac{1}{2}$ - Ostré lokální minimum

Funkce je klesající v intervalech $(-\infty,-1)$ a $(1,\infty)$, v intervalu $(-1,1)$ je funkce rostoucí.

**d)**

$y=x^2e^x$
$y'=2xe^x+x^2e^x$

$2xe^x+x^2e^x=0$
$e^x x(2+x)=0$

$x_1=0$
$x_2=-2$

$(-\infty,-2)\rightarrow f'(x)>0$
$(-2,0)\rightarrow f'(x)<0$
$(0,\infty)\rightarrow f'(x)>0$

$f(-2)=4e^{-2}$ - Ostré lokální maximum
$f(0)=0$ - Ostré lokální minimum

Funkce je rostoucí v $(-\infty,-2)$ a $(0,\infty)$, v intervalu $(-2,0)$ je funkce klesající.

**e)**

$$y = \ln(x) + \frac{1}{x} \qquad \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} = 0$$
$$y' = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \qquad x - 1 = 0$$
$$x = 1$$

$(-\infty,1) \to f'(x) < 0$
$(1,\infty) \to f'(x) > 0$
$f(1) = 0$ - Ostré lokální minimum.

Funkce je rostoucí v $(1,\infty)$ v intervalu $(-\infty,1)$ je funkce klesající.

**f)**

$$y = x.\ln(x) \qquad \ln(x) + 1 = 0$$
$$y' = \ln(x) + 1 \qquad e^x = -1$$
$$x = e^{-x}$$

$(-\infty, e^{-x}) \to f'(x) < 0$
$(e^{-x},\infty) \to f'(x) > 0$
$f(e^{-x}) = e^{-x}$ - Ostré lokální minimum.

Funkce je rostoucí v $(e^{-x},\infty)$ v intervalu $(-\infty, e^{-x})$ je funkce klesající.

**g)**

$$y = \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$$
$$y' = \frac{2}{1+x^2}$$
$(-\infty,\infty) \to f'(x) > 0$

Funkce je rostoucí v R. Nemá lokální extrémy.

# Další chyBííí

**str. 92 př. 3**
**a)**

$$y = x^3 - 12x + 4 \qquad x \in \langle -3,3 \rangle \qquad 3x^2 = 12$$
$$y' = 3x^2 - 12 \qquad x = \pm 2$$

$\langle -3,-2) \to f'(x) > 0$
$(-2,2) \to f'(x) < 0$
$(2,3) \to f'(x) > 0$

$f(-2) = 20$ - Ostré lokální maximum

$f(2) = -12$ - Ostré lokální minimum

**b)**

$y = 2x^3 + 3x^2 + 1$ $\quad x \in \langle -2, 1)$ $\quad 6x^2 + 6x = 0$

$y' = 6x^2 + 6x$ $\quad 6x(x+1) = 0$

$x_1 = 0$

$x_2 = -1$

$\langle -2, -1) \rightarrow f'(x) > 0$

$(-1, 0) \rightarrow f'(x) > 0$

$(0, 1) \rightarrow f'(x) > 0$

$f(-2) = -3$ - Ostré lokální maximum

$f(1) = 6$ - Ostré lokální maximum

**c)**

$y = x^4 - 8x^2 + 3$ $\quad x \in \langle -1, 3 \rangle$ $\quad 4x^3 - 16x = 0$

$y' = 4x^3 - 16x$ $\quad 4x(x^2 - 4) = 0$

$x_1 = 0$

$x_{2,3} = \pm 2$

$\langle -1, 0) \rightarrow f'(x) > 0$

$(0, 2) \rightarrow f'(x) < 0$

$(2, 3) \rightarrow f'(x) > 0$

$f(-1) = -4$

$f(0) = 3$

$f(2) = -13$ - Ostré lokální maximum

$f(3) = 12$ - Ostré lokální maximum

**d)**

$y = x^3 - 3x^2 + 2$ $\quad x \in \langle -2, 3)$ $\quad 3x^2 - 6x = 0$

$y' = 3x^2 - 6x$ $\quad 3x(x-2) = 0$

$x_1 = 0$

$x_2 = 2$

$\langle -2, 0) \rightarrow f'(x) > 0$

$(0, 2) \rightarrow f'(x) < 0$

$(2, 3 \rangle \rightarrow f'(x) > 0$

$f(-2) = -18$ - Ostré lokální maximum

$f(0) = 2$ - Ostré lokální maximum

$f(2) = -2$

$f(3) = 2$ - Ostré lokální maximum

**e)**

$y = \arccos\left(\frac{1}{x}\right) \qquad x \in \langle 1, \infty)$

$y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} . \frac{1}{x^2}$

$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} . \frac{1}{x^2} = 0$

$x \neq 0$

$x_{1,2} = \pm 1$

$\langle 1, \infty) \to f'(x) > 0$

$f(1) = 0$ - Ostré lokální minimum.

**f)**

$y = x.\ln^2(x) \qquad x \in (0,1\rangle \qquad \ln(x).(\ln(x)+2) = 0$

$y' = \ln(x).(\ln(x)+2)$

$x_1 = 1$

$x_2 = e^{-2}$

$(0, e^{-2}) \to f'(x) > 0$

$(e^{-2}, 1\rangle \to f'(x) < 0$

$f(e^{-2}) = 4e^{-2}$ - Ostré lokální maximum.

$f(1) = 0$ - Ostré lokální minimum.

**g)**

$y = x + e^{-x} \qquad x \in (-\infty, \infty) \qquad e^{-x} = 1$

$y' = 1 - e^{-x} \qquad x = 0$

$(-\infty, \infty) \to f'(x) > 0$

$f(0) = 1$ - Ostré lokální minimum.

**h)**

$y = x.e^{-x} \qquad x \in (0, +\infty) \qquad e^{-x}(1-x) = 0$

$y' = e^{-x}(1-x) \qquad x = 1$

$(0,1) \to f'(x) > 0$

$(1, \infty) \to f'(x) < 0$

$f(1) = e^{-1}$ **-** Ostré lokální maximum.

**i)**

$y = \dfrac{x}{x^2 - 1} \qquad x \in (-1,1)$

$y' = -\dfrac{x^2 + 1}{\left(x^2 - 1\right)^2} \qquad\qquad -x^2 + 1 \neq 0$

$x \neq \pm 1$

$(-1,1) \to f'(x) < 0$

Funkce je v definičním oboru klesající, funkce nemá lokální extrémy, protože se derivace funkce se nikdy nerovná 0.

**j)**

$y = \dfrac{x}{x^2 + 1} \qquad x \in (-\infty, \infty)$

$y' = \dfrac{-x^2 + 1}{\left(x^2 + 1\right)^2} \qquad\qquad -x^2 + 1 = 0$

$x = \pm 1$

$(-\infty,-1) \to f'(x) < 0$
$(-1,1) \to f'(x) > 0$
$(1,\infty) \to f'(x) < 0$

$f(-1) = -\dfrac{1}{2}$ - Ostré lokální minimum.

$f(1) = \dfrac{1}{2}$ - Ostré lokální maximum.

**str. 92 př. 4**

**str. 92 př. 5**
**a)**

$y = 2x^4 - 3x^2 + 2x + 2 \qquad\qquad 24x^2 - 6 = 0$

$y'' = 24x^2 - 6 \qquad\qquad x = \pm\dfrac{1}{2}$

$(-\infty,1) \to f''(x) < 0$ - konkávní
$(1,\infty) \to f''(x) > 0$ - konvexní

Inflexní body jsou $x = \pm\dfrac{1}{2}$.

**b)**

$y = x^5 - 10x^2 + x + 3$ $\qquad 20x^3 - 20 = 0$

$y'' = 20x^3 - 20$ $\qquad x = 1$

$(-\infty,1) \to f''(x) < 0$ - konkávní

$(1,\infty) \to f''(x) > 0$ - konvexní

Inflexní bod je $x = 1$.

**c)**

$y = x^4 + x^2 + e^x$ $\qquad 12x^2 + 2 + e^x = 0$

$y'' = 12x^2 + 2 + e^x$ $\qquad 12x^2 + e^x = -2$ - nemá řešení

$(-\infty,\infty) \to f''(x) > 0$ - konvexní.
Inflexní bod neexistuje.

**d)**

$y = xe^x$ $\qquad e^x(2+x) = 0$

$y'' = e^x(2+x)$ $\qquad x = -2$

$(-\infty,-2) \to f''(x) < 0$ - konkávní

$(-2,\infty) \to f''(x) > 0$ - konvexní

Inflexní bod je $x = -2$.

**e)**

$y = (x^2+1)e^x$ $\qquad x^2 + 4x + 3 = 0$

$y'' = (x^2 + 4x + 3).e^x$ $\qquad x_1 = -1$

$x_2 = -3$

$(-\infty,-3) \to f''(x) > 0$ - konvexní

$(-3,-1) \to f''(x) < 0$ - konkávní

$(-1,\infty) \to f''(x) > 0$ - konvexní

Inflexní body jsou $x_1 = -1$ a $x_2 = -3$.

**f)**

$y = x + \sin(x)$ $\qquad -\sin(x) = 0$

$y'' = -\sin(x)$ $\qquad x_1 = 0 + 2k\pi, k \in Z$

$x_2 = \pi + 2k\pi, k \in Z$

$(0 + 2k\pi, \pi + 2k\pi) \to f''(x) < 0$ - konkávní

$(\pi + 2k\pi, 2\pi + 2k\pi) \to f''(x) > 0$ - konvexní

Inflexní body jsou $x = k\pi, k \in Z$.

**g)**

$y=\frac{x}{x^2+1}$

$y''=-\frac{4x^5+10x^3+6x}{\left(x^2+1\right)^4}$

$-\frac{4x^5+10x^3+6x}{\left(x^2+1\right)^4}=0$

$x=0$

$(-\infty,0)\to f''(x)>0$ - konvexní

$(0,\infty)\to f''(x)<0$ - konvexní

Inflexní bod je $x=0$.

**h)**

$y=\frac{|x-1|}{x^2}$

# DODĚLAT

**i)**

$y=\sqrt[3]{x+3}$

$y''=\frac{4}{9.\sqrt[5]{(x+3)^3}}$

$\frac{4}{9.\sqrt[5]{(x+3)^3}}=0$

$x\neq -3$

$(-\infty,-3)\to f''(x)<0$ - konkávní

$(-3,\infty)\to f''(x)>0$ - konkávní

Inflexní bod je $x\neq -3$.

**j)**

$y=\left(\operatorname{sgn}(x)+1\right).x^2$

$y''=4$

$(-\infty,\infty)\to f''(x)=4$ - konvexní

Inflexní bod neexistuje.

**str. 92 př. 6**

**a)**

$y=\frac{2x+1}{3x-1}\qquad x\neq\frac{1}{3}$

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x+1}{3x-1}\right)=\lim_{x\to\infty}\frac{2}{3}=\frac{2}{3}$$

Asymptoty jsou $x=\frac{1}{3}$ a $y=\frac{2}{3}$.

**b)**

$$y=\frac{x+1}{x^2+3x+2}=\frac{1}{x+2} \qquad x\neq -2$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{1}{x+2}=0$$

Asymptoty jsou $x=-2$ a $y=0$.

**c)**

$$y=\frac{x^2-2x}{x+1} \qquad x\neq -1$$

$$\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x^2-2x}{x+1}=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{2x-2}{1}=\pm\infty$$

Asymptota je $x=-1$.

**d)**

$$y=\frac{x^3+1}{x-1} \qquad x\neq 1$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^3+1}{x-1}=\lim_{x\to\infty}\frac{3x^2}{1}=\infty$$

Asymptota je $x=1$.

**e)**

$$y=x+e^{-x}$$

DODELAT

**f)**

$$y=x.\ln(x)$$

$$D(x)\in(0,\infty)$$

Nemá asymptoty.

**g)**

$$y=\arctan\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$$

**h)**

$$y=\ln\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$$

$$\frac{1-x}{1+x}>0$$

$$x\in(-1,1)$$

Asymptoty jsou v $x=\pm 1$.

**i)**

$y = e^x.\cos(x)$

$\lim\limits_{x\to\infty} e^x.\cos(x) = neexistuje$

$\lim\limits_{x\to-\infty} e^x.\cos(x) = 0$

Asymptota je $x = 0$ v $-\infty$.

**j)**

$y = \ln\left(3e^{2x} - 1\right)$

$e^{2x} > \dfrac{1}{3}$

$x > \ln\dfrac{1}{\sqrt{3}} > -\dfrac{1}{2}\ln 3$

$\lim\limits_{x\to\infty} \ln\left(3e^{2x} - 1\right) = 2x + \ln 3$

Asymptoty jsou $x = -\dfrac{1}{2}\ln 3$ a $y = 2x + \ln 3$.