# Elektrická měření — 38EM Laboratorní úlohy Protokoly

BruXy

17. ledna 2004

Obsah

# 1. Měření osciloskopem

Kmitočet [kHz]	4	20	50	100	200	400	600	800
$\bigtriangleup T \ [\mu s]$	0	0,8	0,5	0,6	0,4	0,32	0,2	0,16
$\varphi_{\Delta T}$ [°]	0	$^{5,8}$	9,0	$21,\!6$	28,8	46,1	43,2	46,1
A	_	0,4	0,3	0,8	0,8	$^{3,2}$	1,6	2,0
В	_	4,8	4,1	$^{3,2}$	$^{2,0}$	$^{4,4}$	$^{2,4}$	$^{2,8}$
$\varphi_{\rm XY}$ [°]	0	4,8	4,2	14,5	$23,\!6$	46,7	41,8	$45,\!6$

# 1.1. Naměřené a vypočtené hodnoty

# 1.1.1. Příklad výpočtu pro kmitočet 400 kHz

• 
$$\varphi_{\Delta T} = \frac{\Delta T}{T} \cdot 360 = \frac{0.32 \cdot 10^{-6}}{(400 \cdot 10^3)^{-1}} \cdot 360 = 46.1^{\circ}$$

•  $\varphi_{XY} = \arcsin \frac{A}{B} = \arcsin \frac{3,2}{4,4} = 46,7^{\circ}$ 

# 1.2. Závislost fázového posuvu na kmitočtu



# 1.3. Závěr

Pokud měříme neznámý kmitočet, je možné odhadnout jeho hodnotu v XY režimu zobrazení na osciloskopu, pomocí Lissajoussova obrazce, který je zobrazen zároveň pro měřený průběh a pro průběh o známém kmitočtu získáného z generátoru. Pokud se rozdíl kmitočtů blíží určitému poměru při daném fázovém posuvu  $\varphi$ , např. 1:0,5, 1:1, 1:2 nebo 1:3 odpovídá to specifickému tvaru křivky:



Tuto metodu je možné použít pouze pro měření sinusových průběhů.

Měřením fázových posuvů vstupního a výstupního napětí na přemostěném T-článku bylo zjištěno, že fázový posuv roste nelineárně se zvyšujícím se kmitočtem, maximum bylo dosaženo při 400 kHz.

Absolutní chyba fázového rozdílu byla změřena pouze pro 800 kHz a její hodnota je 11,5°. Rozdílné hodnoty změřené časovým nebo XY režimem mohlo způsobit nepřesné odečítání hodnot z obrazovky osciloskopu.

# 2. Kmitočtová závislost střídavých voltmetrů

# 2.1. Magnetoelektrický a feromagnetický volmetr

# 2.1.1. Naměřené hodnoty

Referenční hodnota napětí měřená na číslicovém voltmetru je $U_{ef}=50~\mathrm{V}.$ 

Kmitočet [Hz]	50	100	200	500	1990	4960	10000
Magnetoel. V-metr [V]	50,0	51,5	$51,\!0$	50,5	51,0	53,0	56,5
Feromagnet. V-metr [V]	50,0	49,0	$46,\!8$	40,0	19,0	8,0	_

# 2.1.2. Závislost údaje přístroje na kmitočtu



# 2.2. Číslicový a elektronický volmetr

# 2.2.1. Naměřené hodnoty

Referenční hodnota napětí $U_{ef}=0,7~\mathrm{V}$  byla kontrolována pomocí osciloskopu.

Kmitočet [kHz]	10,10	$19,\!85$	49,7	100,1	197,4	501	1007
Elektronický V-metr [V]	0,74	0,75	0,76	$0,\!78$	0,78	0,74	0,72
Číslicový V-metr [mV]	761,64	$765,\!85$	781,19	780,44	814,19	782,20	$774,\!15$



# 2.2.2. Závislost údaje přístroje na kmitočtu

# 2.3. Závěr

Vliv kmitočtu na měřené hodnotě napětí je možno zanedbat pokud se změřený údaj neliší od skutečného více než je výrobcem zadaná třída přesnosti. U magnetoelektrického přístroje se vliv kmitočtu projevil až u kmitočtů větších než 5 kHz. Feromagnetický přístroj má oproti tomu velmi úzký kmitočtový rozsah, přibližně do 100 Hz. Je to způsobeno změnou vlastností měřící cívky v závislosti na kmitočtu.

U elektronického voltmetru TVT-321 a číslicového HP 34401A se vliv kmitočtu v rozsahu 10 kHz až 1 MHz neprojevil. V prvním případě je udávaná přesnost  $\pm 10\%$  a ve druhém výrobce udává přesnost do kmitočtu 300 kHz  $\pm 4,00\%$  z údaje +0,50% rozsahu.

# 3. Vliv tvaru křivky na údaj měřícího přístroje

# 3.1. Naměřené hodnoty

- $U_{MG}$  hodnota měřená magnetoelektrickým přístrojem s usměrňovačem, který měří střední hodnotu střídavého napětí, ale je kalibrován na efektivní, TP = 1,5.
- $U_{FM}$  feromag. přístroj měřící efektivní hodnotu napětí TP = 0.5.
- $U_{DV}$  číslicový voltmetr kalibrovaný na efektivní hodnotu harmonického průběhu napětí,  $TP = \pm (0,1\%$  údaje + 0,05% rozsahu).
- $U_{RMS}$  číslicový voltmetr s integrovaným převodníkem pravé efektivní hodnoty (RMS root mean square),  $TP = \pm (0.5\% \text{ údaje} + 10 \text{ digitů}).$

Pokud přístroj ( $U_{MG}$  a  $U_{DV}$ ) neměří skutečnou efektivní hodnotu je v závorce uveden údaj odečtený z přístroje, skutečná hodnota je přepočtený pomocí činitelů tvaru  $k_t$ , odvozených v následující části.

	$U_{MG}$ [V]	$U_{FM}$ [V]	$U_{DV}$ [V]	$U_{RMS}$ [V]	$U_{ef}$ [V]	$U_{sar}$ [V]
$\alpha = 0^{\circ}$	$51{,}5\pm1{,}0$	$51{,}9\pm0{,}37$	$51{,}17\pm0{,}06$	$51,\!25\ {\pm}0,\!73$	51,25	46,14
$\alpha = 45^{\circ}$	(42,5) 47,5	$47,\!5$	(42,48) 47,49	47,92	48,87	39,38
$\alpha = 90^{\circ}$	(22,5) 31,8	31,5	(21, 83) 30, 87	$32,\!62$	$36,\!24$	$23,\!07$

# 3.2. Výpočty

• Velikost amplitud<br/>y $U_m$  měřených průběhů, jako nejpřesnější považujeme napět<br/>í $U_{RMS}=U_{ef}=51,25$  V:

$$U_m = U_{ef}\sqrt{2} = \sqrt{2} \cdot 51,25 \text{ V} = 72,48 \text{ V}$$

Tato hodnota je odečtena z 4 a 1/2 místného přístroje LG DM 441B na rozsahu R = 200 V, kde je třída přesnosti  $\pm (0.5\% \text{ údaje} + 10 \text{ digitů})$ . Nejistota přístroje vychází:

$$u(U_{RMS}) = \frac{1}{\sqrt{3}} \left( \frac{\delta_1}{100} U_{ef} + NR \right) = \frac{1}{\sqrt{3}} \left( \frac{0.5}{100} 51,25 + 10\frac{200}{2000} \right) \quad \mathbf{V} = 0,725 \text{ V}$$

- Hodnoty napětí pro průběh  $\alpha = 45^{\circ}$ :
  - aritmetická střední hodnota

$$U_{sar2} = \frac{2}{T} \int_{\frac{T}{8}}^{\frac{T}{2}} U_m \sin \omega t \, \mathrm{d}t = \frac{1}{\pi} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} U_m \sin x \, \mathrm{d}x = \frac{U_m}{\pi} \left[ 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right] \doteq 39,38 \text{ V}$$

– efektivní hodnota

$$U_{ef2} = \sqrt{\frac{2}{T} \int_{\frac{T}{8}}^{\frac{T}{2}} U_m^2 \sin^2 \omega t \, \mathrm{d}t} = \frac{U_m}{2\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{3\pi}{2} + 1} = \frac{72.48}{2\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{3\pi}{2} + 1} \, \mathrm{V} \doteq 48.87 \, \mathrm{V}$$

– činitel tvaru

$$k_{t_{45^{\circ}}} = \frac{U_{ef2}}{U_{sar2}} = \frac{\frac{U_m}{2\sqrt{\pi}}\sqrt{\frac{3\pi}{2}} + 1}{\frac{U_m}{\pi}\left[1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right]} = \frac{\sqrt{\pi}\sqrt{6\pi + 4}}{2(2 + \sqrt{2})} \doteq 1,2408$$

- Hodnota napětí pro průběh  $\alpha = 90^{\circ}$ :
  - aritmetická střední hodnota

$$U_{sar3} = \frac{2}{T} \int_{\frac{T}{4}}^{\frac{T}{2}} U_m \sin \omega t \, \mathrm{d}t = \frac{1}{\pi} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} U_m \sin x \, \mathrm{d}x = \frac{U_m}{\pi} = \frac{72,48}{\pi} \, \mathrm{V} = 23,07 \, \mathrm{V}$$

– efektivní hodnota

$$U_{ef3} = \sqrt{\frac{2}{T} \int_{\frac{T}{4}}^{\frac{T}{2}} U_m^2 \sin^2 \omega t \, \mathrm{d}t} = \frac{U_m}{2} = \frac{72,48}{2} \text{ V} = 36,24 \text{ V}$$

– činitel tvaru

$$k_{t_{90^{\circ}}} = \frac{U_{ef3}}{U_{sar3}} = \frac{\frac{U_m}{2}}{\frac{U_m}{\pi}} = \frac{\pi}{2} \doteq 1,5708$$

# 3.3. Závěr

Feromagnetický přístroj a číslicový přístroj s integrovaným převodníkem efektivní hodnoty měří skutečnou efektivní hodnotu. U magnetoelektrického přístroje a číslicového měřáku kalibrovaného na harmonický průběh je nutné ukázaný údaj přepočítat na skutečnou hodnotu pomocí činitele tvaru, který musí být u měřeného signálu předem znám.

Rozdíl mezi teoreticky odvozenou hodnotou  $U_{ef}$ ,  $U_{sar}$  a měřenými údaji je s největší pravděpodobností způsoben zdrojem napětí. Průběh tohoto napětí je značně zkreslen ve srovnání s teoretickým harmonickým průběhem.

# 4. Měření na na napěťovém děliči

4.1. Naměřené a vypočtené hodnoty

Bod	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
Analog. V-metr [V]	0,85	1,5	2,1	2,7	3,3	4,0	4,9	6,1	7,6	10,0
Digit. V-metr [V]	0,9888	1,9880	2,9838	4,000	5,012	6,001	7,026	8,028	9,018	10,011

# 4.1.1. Výpočet výstupního odporu děliče pro bod 4

- $U_2 = 4,000$  V napětí na číslicovém voltmetru, předpokládá se, že jeho vstupní odpor se blíží nekonečnu
- $U_2^\prime = 2,7$ V napětí na analogovém voltmetru
- $R_V = 60 \text{ k}\Omega$  vnitřní odpor analog. voltmetru

$$R_D = \left| \frac{U_2 - U_2'}{0 - I_2'} \right| = \frac{U_2 - U_2'}{\frac{U_2'}{R_V}} = \frac{4,000 - 2,7}{\frac{2,7}{60 \cdot 10^3}} \ \Omega = 28889 \ \Omega$$

# 4.2. Výpočet rozšířené nejistoty typu B

• Analogový voltmetr rozsah 12 V s třídou přesnosti TP = 0.5%:

$$u(U'_2) = \frac{TP \cdot \text{rozsah}}{100\sqrt{3}} = \frac{0.5 \cdot 12}{100\sqrt{3}} \text{ V} = 0.035 \text{ V}$$

• Číslicový voltmetr, chyb<br/>a $\delta_1=\pm 0,01\,\%$ z údajeX=4,000 a $\delta_2=\pm 0,01\,\%$ z rozsah<br/>uM=30V:

$$u(U_2) = \frac{\frac{\delta_1}{100}X + \frac{\delta_2}{100}M}{\sqrt{3}} = \frac{\frac{0.01}{100} \cdot 4,000 + \frac{0.01}{100} \cdot 30}{\sqrt{3}} \text{ V} = 0,0020 \text{ V}$$

• Nejistota vnitřního odporu  $R_V$  s tolerancí 0,2%:

$$u(R_V) = \frac{TP \cdot \text{rozsah}}{100\sqrt{3}} = \frac{0.2 \cdot 60 \cdot 10^3}{100 \cdot \sqrt{3}} \ \Omega = 69 \ \Omega$$

• Rozšířená nejistota typu B pro koeficient rozšíření  $k_r=2{\rm :}$ 

$$u^{2}(R_{D}) = \left(\frac{\partial R_{D}}{\partial U_{2}}\right)^{2} u^{2}(U_{2}) + \left(\frac{\partial R_{D}}{\partial U_{2}'}\right)^{2} u^{2}(U_{2}') + \left(\frac{\partial R_{D}}{\partial R_{V}}\right)^{2} u^{2}(R_{V})$$
$$u(R_{D}) = \sqrt{\left(\frac{R_{V}}{U_{2}'}\right)^{2} u^{2}(U_{2}) + \left(\frac{-R_{V}U_{2}}{U_{2}'^{2}}\right)^{2} u^{2}(U_{2}') + \left(\frac{U_{2} - U_{2}'}{U_{2}'}\right)^{2} u^{2}(R_{V})}$$

$$u(R_D) = \sqrt{\left(\frac{60 \cdot 10^3}{2,7}\right)^2 \cdot 0,002^2 + \left(\frac{-60 \cdot 10^3 \cdot 4,0}{2,7^2}\right)^2 \cdot 0,035^2 + \left(\frac{4,0-2,7}{2,7}\right)^2 \cdot 69^2} \ \Omega = 1154 \ \Omega$$

$$u_B(R_D) = k_r u(R_D) = 2 \cdot 1154 \ \Omega = 2308 \ \Omega \ (\mathbf{k_r} = 2)$$

# 4.3. Závislost $\mathbf{f}(\mathbf{d}) = \mathbf{U_2}/\mathbf{U_1}$

Napětí zdroje, vstupní napětí děliče, je $U_1=10~\mathrm{V}.$ 



# 4.4. Závěr

Měření potvrdilo působení malého vnitřního odporu analogového voltmetru, který má vliv na výsledek měření při použití napěťového děliče, způsobený velkými proudy, které jím prochází a tím i velkou chybou měření. Hodnoty změřené číslicovým voltmetrem se vstupním odporem řádově >  $10^9 \Omega$  nejsou díky tomu tolik ovlivněny a lze je považovat za nejvíce se pravdě blížící.

# 5. Měřící zesilovače

# 5.1. Teoretický rozbor

Výstupní napětí termočlánku je přímo úměrné rozdílu teplot ohřívaného spoje a okolí  $\vartheta_1 - \vartheta_2$ . Toto napětí měříme pomocí číslicového voltmetru a poté pomocí zesilovače s operačním zesilovačem.

Přímé měření s ČV přináší nevýhodu ve velké nestálosti měřeného údaje, dané jednak malým výstupním napětím termočlánku na mezi citlivosti ČV při měření (na spodním konci jeho základního rozsahu), navíc se k těmto malým napětím přičítají i termoelektrická napětí na svorkách ČV, která se dají již řádově srovnávat s měřenými.

K odstranění těchto nepříznivých vlivů použijeme zesilovač s OZ – ovšem, zde zase nepříznivě ovlivňují měření jeho reálné parametry (vstupní klidový proud  $I_{1N}$  a napěťový offset  $U_{DO}$ ), které zkreslují do určité míry výsledek. U invertujícího zapojení se musí navíc přihlédnout k malému vstupnímu odporu.

#### 5.1.1. Operační zesilovač v invertujícím zapojení



- Požadované napěťové zesílení  $A_U = -100$
- Pro zvolený odpor $R_{1_I}=1000~\Omega$ vychází $R_2$

$$A_U = -\frac{R2}{R1} \Rightarrow R2 = -A_U R_1 = -(-100) \cdot 1000 \ \Omega = 100 \ k\Omega$$

#### 5.1.2. Operační zesilovač v neinvertujícím zapojení



- Požadované napěťové zesílení  $A_U = 100$
- Pro zvolený odpor $R_{1_N}=1000~\Omega$ vychází $R_2$

$$A_U = \frac{R1 + R2}{R1} \Rightarrow R2 = (A_U - 1)R_1 = (100 - 9) \cdot 1000 \ \Omega = 99 \ \mathrm{k\Omega}$$

5.2. Naměřené hodnoty

	$U_2  [\mathrm{mV}]$	$U_X  [\mathrm{mV}]$	$u_B \ (k_r = 2) \ [\mathrm{mV}]$	Teplota [°C]
Přímé měření	1,86	1,86	$\pm 0,0348$	54,4
Invertující zesílení	$-193,\!34$	$1,\!9334$	$\pm 0,2012$	$55,\!8$
Neinvertující zesílení	189,02	1,8902	$\pm 0,\!1816$	55,0

#### 5.2.1. Příklad výpočtu

Teplota např. pr<br/>o $U_1=1,8902~{\rm mV},$  je určena z následujícího vztahu, kde konstant<br/>aK je  $K=54\cdot 10^{-6}~{\rm V}/^{\circ}{\rm C}:$ 

$$\vartheta_1 = \frac{U_1}{K} + \vartheta_0 = \frac{1,\!8902}{54\cdot 10^{-6}} + 20 = 55,\!0\,^\circ\mathrm{C}$$

# 5.3. Výpočet nejistot

• Nejistota pro chybu $\delta_1=\pm 0.01\,\%$ z údaje  $X=1.86~{\rm mV}$ a $\delta_2=\pm 0.01\,\%$ z rozsahu $M=300~{\rm mV}:$ 

$$u(U) = \frac{\frac{\delta_1}{100}X + \frac{\delta_2}{100}M}{\sqrt{3}} = \frac{\frac{0.01}{100} \cdot 1.86 \cdot 10^{-3} + \frac{0.01}{100} \cdot 0.300}{\sqrt{3}} \text{ V} = 17.4 \ \mu\text{V}$$

• Nejistota pro chybu $\delta_1=\pm 0,01~\%$ z údaje  $X=-193,34~{\rm mV}$ a $\delta_2=\pm 0,01~\%$ z rozsahu $M=300~{\rm mV}:$ 

$$u(U_I) = \frac{\frac{\delta_1}{100}X + \frac{\delta_2}{100}M}{\sqrt{3}} = \frac{\frac{0.01}{100} \cdot 193, 34 \cdot 10^{-3} + \frac{0.01}{100} \cdot 0, 300}{\sqrt{3}}$$
 V = 28,5  $\mu$ V

• Nejistota pro chybu $\delta_1=\pm 0,01\,\%$ z údaje X=189,02 mV <br/>a $\delta_2=\pm 0,01\,\%$ z rozsahuM=300 mV:

$$u(U_N) = \frac{\frac{\delta_1}{100}X + \frac{\delta_2}{100}M}{\sqrt{3}} = \frac{\frac{0.01}{100} \cdot 189,02 \cdot 10^{-3} + \frac{0.01}{100} \cdot 0.300}{\sqrt{3}} \text{ V} = 28,2 \ \mu\text{V}$$

- Nejistota použitých rezistorů s tolerancí  $\delta_R=0,2\%$ :
  - $R_{1_I} = 1000 \ \Omega$

$$u(R_{1_I}) = \frac{\delta_R \cdot R_{1_I}}{100\sqrt{3}} = \frac{0.2 \cdot 1000}{100 \cdot \sqrt{3}} \ \Omega = 1.2 \ \Omega$$

 $- R_{2_I} = 10000 \ \Omega$ 

$$u(R_{2_I}) = \frac{\delta_R \cdot R_{2_I}}{100\sqrt{3}} = \frac{0.2 \cdot 10000}{100 \cdot \sqrt{3}} \ \Omega = 11.5 \ \Omega$$

 $-R_{2_N} = 99000 \ \Omega$ 

$$u(R_{2_N}) = \frac{\delta_R \cdot R_{2_N}}{100\sqrt{3}} = \frac{0.2 \cdot 99000}{100 \cdot \sqrt{3}} \ \Omega = 114 \ \Omega$$

• Standardní  $u(U_{XI_{id}})$  nejistota pro ideální invertující operační zesilovač:

$$U_{XI_{id}} = -\frac{R_1}{R_2}U_2, \quad u^2(U_{XI_{id}}) = \left(\frac{\partial U_X}{\partial R_{1_I}}u(R_{1_I})\right)^2 + \left(\frac{\partial U_X}{\partial U_2}u(U_2)\right)^2 + \left(\frac{\partial U_X}{\partial R_{2_I}}u(R_{2_I})\right)^2$$

$$u(U_{XI_{id}}) = \sqrt{\left(\frac{-U_2}{R_{2_I}}u(R_{1_I})\right)^2 + \left(\frac{-R_{1_I}}{R_2}u(U_2)\right)^2 + \left(\frac{-U_2R_{1_I}}{R_{2_I}^2}u(R_{2_I})\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{-193,34}{10^4}1,2\right)^2 + \left(\frac{10^3}{10^4}0,285\cdot10^{-4}\right)^2 + \left(\frac{-193,34\cdot10^3}{(10^4)^2}11,5\right)^2} \text{ mV} = \sqrt{(-23,2\cdot10^{-6})^2 + (0,00285\cdot10^{-6})^2 + (22,23\cdot10^{-6})^2} \text{ V} = 32,13\,\mu\text{V}$$

• Rozšířená nejistota  $u_B(U_{XI})$  pro skutečný operační zesilovač OP 07 v invert. zapojení, katalogová hodnota vstupního klidového proudu je  $I_{1N} = 7 \cdot 10^{-9}$  A a napěťový offset  $U_{D0} = 150 \cdot 10^{-6}$  V:

$$U_{XI} = -\frac{R_1}{R_2} U_2 \mp I_{1_N} R_{1_I} \pm U_{DO} \left( 1 + \frac{R_{1_I}}{R_{2_I}} \right)$$

$$u(U_{XI}) = \sqrt{u^2(U_{XI_{id}}) + \left(\frac{I_{1_N}R_{1_I}}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{U_{D0}\left(1 + \frac{R_{1_I}}{R_{2_I}}\right)}{\sqrt{3}}\right)^2} = \sqrt{(32,13\cdot10^{-6})^2 + \left(\frac{7\cdot10^{-9}\cdot1000}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{150\cdot10^{-6}\left(1 + \frac{1000}{10000}\right)}{\sqrt{3}}\right)^2} \text{ V} = \sqrt{(32,13\cdot10^{-6})^2 + (0,00404\cdot10^{-6})^2 + (95,26\cdot10^{-6})^2} \text{ V} = 100,6 \ \mu\text{V}}$$

$$u_B(U_{XI}) = k_r u(U_{XI}) = 2 \cdot 100.6 \cdot 10^{-6} = 201.2 \ \mu V \ (k_r = 2)$$

• Standardní nejistota $u(U_{XN_{id}})$  pro ideální ne<br/>invertující zesilovač:

$$U_{XN_{id}} = \frac{R_{1_N}}{R_{1_N} + R_{2_N}} U_2, \quad u^2(U_{XN_{id}}) = \left(\frac{\partial U_X}{\partial R_{2_N}} u(R_{2_N})\right)^2 + \left(\frac{\partial U_X}{\partial U_2} u(U_2)\right)^2 + \left(\frac{\partial U_X}{\partial R_{1_N}} u(R_{1_N})\right)^2$$

$$\begin{aligned} u(U_{XN_{id}}) &= \sqrt{\left(\frac{U_2 R_{2_N}}{(R_{1_N} + R_{2_N})^2} u(R_{1_N})\right)^2 + \left(\frac{R_{1_N}}{R_{1_N} + R_{2_N}} u(U_2)\right)^2 + \left(\frac{U_2 R_{1_N}}{(R_{1_N} + R_{2_N})^2} u(R_{2_N})\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{189,02 \cdot 10^{-3} \cdot 99 \cdot 10^3}{(10^3 + 99 \cdot 10^3)^2} 114\right)^2 + \left(\frac{10^3}{10^3 + 99 \cdot 10^3} 0,282 \cdot 10^{-4}\right)^2 + \left(\frac{189,02 \cdot 10^{-3} \cdot 10^3}{(10^3 + 99 \cdot 10^3)^2} 1,2\right)^2} \,\mathrm{mV} \\ &= \sqrt{(269,47 \cdot 10^{-6})^2 + (0,13 \cdot 10^{-6})^2 + (2,268 \cdot 10^{-6})^2} = 27,9 \,\mu\mathrm{V} \end{aligned}$$

• Rozšířená nejistota  $u_B(U_{XN})$  s koeficientem rozšíření  $k_r = 2$  pro skutečný operační zesilovač OP O7 v neinvert. zapojení:

$$u(U_{XN}) = \sqrt{u(U_{id_X})^2 + \left(\frac{I_{1_N}\frac{R_{1_N}R_{2_N}}{\sqrt{3}}}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{U_{D0}}{\sqrt{3}}\right)^2} = \sqrt{(27,9\cdot10^{-6})^2 + \left(\frac{7\cdot10^{-9}\frac{1000\cdot99000}{1000+99000}}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{150\cdot10^{-6}}{\sqrt{3}}\right)^2} \text{ V} = \sqrt{(26,95\cdot10^{-6})^2 + (4,00\cdot10^{-6})^2 + (86,60\cdot10^{-6})^2} = 90,79\,\mu\text{ V}$$

$$u_B(U_{XN}) = k_r u(U_{XN}) = 2 \cdot 90,79 \cdot 10^{-6} \text{ V} = 181,6 \,\mu\text{V} \ (k_r = 2)$$

#### 5.4. Vstupní napěťová nesymetrie

Při vstupním napětí neinvertujícího zesilovače 0 V bylo změřeno výstupní napětí  $U_{2off} = -2.91$  mV, hodnota vstupní napěťové nesymetrie je:

$$U_{off} = \frac{U_{2off}}{\frac{R_2 + R_1}{R_1}} = \frac{-2.91 \cdot 10^{-3}}{\frac{99000 + 1000}{1000}} = -29.1 \ \mu\text{V}$$

#### 5.5. Závěr

Použítím operačního zesilovače pro zesílení malého napětí, jsme nedosáhli většího zpřesnění měření. Toto měření je totiž navíc zatíženo nepřesností hodnot použitých rezistorů a napěťovou nesymetrií na vstupu  $U_{DO}$ , jejíž velikost, udávaná v katalogu, dosahuje okolo 10% velikosti vstupního měřeného napětí.

Při měření malých napětí na velkém rozsahu voltmetru je výsledek měření také zatížen začnou nejistotou a ovlivňují jej také termoelektrická napětí, která vznikají na kovových spojích o různé teplotě. A jsou tím větší, čím více konektory a přepínači signál prochází.

Díky operačnímu zesilovači, jehož vstup je zapojen přímo na termočlánek se měřená hodnota zesílí známým zesílením a tím se částečně eliminují rušivé vlivy na cestě k měřícímu přistroji a také se zpřesní výsledek změřený voltmetrem. Bohužel nadále zůstává problém s napěťovou nesymetrií na vstupu. Při porovnání katalogové hodnoty  $U_{D0} = 150 \ \mu\text{V}$  a námi naměřené  $U_{off} = 29.1 \ \mu\text{V}$ , vychází skutečná hodnota pětkrát menší než udává výrobce.

# 8. Měření malých proudů

# 8.1. Teoretický rozbor

Úkolem měření je změřit proud diodou v propustném směru při napětí na vstupu děliče do 1 V, tzn. při napětí na diodě desetkrát menším. Zapojíme-li ale do série s diodou mikroampérmetr, ať již analogový nebo číslicový, které oba mají značný odpor (řádově k $\Omega$ ), vznikne na něm úbytek napětí  $U_A = I_D R_A$  srovnatelný s napětím na diodě. Lze též říci, že napětí na odporu  $R_2 = 10 \ \Omega$  nebude napětím na diodě, ale rozdělí se mezi diodu a mikroampérmetr v poměru velikostí jejich odporů, nebo že proud procházející diodou v sérii s odporem mikroampérmetru bude při stejném napětí na odporu  $R_2$  menší, než je jeho hodnota při spojení bodů A-B nakrátko. Nenulový odpor mikroampérmetru způsobí tedy značně velkou chybu metody, jejíž velikost předem nelze odhadnout. Navíc měření je zatíženo i značnou poměrnou chybou údaje, neboť při napětí na diodě řádově milivolty je proud řádově mikroampéry a výchylka mikroampérmetru je malá.

V zapojení podle obr. 8.1 c) s převodníkem proud/napětí s operačním zesilovačem, měříme velikost proudu diodou skutečně při napětí na diodě daném napětím na odporu R, neboť mezi vstupy OZ (při zanedbání napěťového offsetu) je nulový rozdíl napětí (virtuální nula). Velikost proudu diodou je dána výrazem

$$I = \frac{U_2}{R}.$$

#### 8.2. Naměřené a vypočtené hodnoty

#### 8.2.1. Měření s analogovým mikroampérmetrem

Měření magnetoel. přístrojem sTP=0,5na rozsahu  $M=20\,\mu\mathrm{A}$  je zatíženo nejistotou

		$u_B($	$(I) = \frac{1}{2}$	$\frac{TP}{100 \cdot }$	$\overline{\overline{3}}M =$	$\frac{0,5}{100}$	$\frac{5}{\sqrt{3}}20$	$\mu \mathbf{A} = 0$	$0,058\mu$	ιA
$U_1  [\mathrm{mV}]$	11,0	19,5	30,0	40,0	50,0	60,0	70,0	80,0	90,0	100,0
$I \ [\mu A]$	0,4	0,9	1,4	2,2	2,9	$^{3,6}$	4,9	6,1	7,1	8,3

#### 8.2.2. Měření s číslicovým mikroampérmetrem

Měření proudu I na 4 místném přístroji GDM-8145 na rozsahu  $M = 100 \,\mu\text{A}$  s přesností  $\pm (0,3\% + 2 \text{ digity})$  je zatíženo následující nejistotou  $u(I_{dig})$ , která je v tabulce vynásobená koeficientem rozšíření  $k_r = 2$ :

$$u(I_{dig}) = \frac{1}{\sqrt{3}} \left( \frac{\delta_1}{100} I + NR \right) = \frac{1}{\sqrt{3}} \left( \frac{0.3}{100} I + 100 \frac{2}{1000} \right) \ \mu A$$

$U_1 \; [\mathrm{mV}]$	100	200	300	400	500	595	700	800	900	1005
$I_{dig}$ [ $\mu$ A]	0,52	1,17	$2,\!14$	3,32	4,87	6,64	9,12	11,90	$15,\!37$	19,12
$k_r \cdot u(I_{dig}) \; [\mu \mathbf{A}]$	0,23	0,23	0,24	0,24	0,25	0,25	0,26	0,27	0,28	$0,\!30$

# 8.2.3. Měření s převodníkem I/U

Měření s převodníkem I/U je zatíženo nepřesností odporu  $R = 100 \text{ k}\Omega$  ve zpětné vazbě, vlivem vstupních klidových proudů  $I_N = 7 \cdot 10^{-9}$  A a nejistotou 4 místného číslicového multimetru GDM-8145 s chybou  $\delta_1 = \pm 0.03 \%$  z údaje a  $\delta_2 = \pm 4$  digity na rozsahu M = (0.2; 2; 20;) V:

• Pro ideální OZ, bez vlivu vstupních klidových proudů:

$$u^{2}(I_{x_{id}}) = \left(\frac{\partial\left(\frac{-U_{2}}{R}\right)}{\partial R}u(R)\right)^{2} + \left(\frac{\partial\left(\frac{-U_{2}}{R}\right)}{\partial U_{2}}u(U_{2})\right)^{2} = \left(\frac{-U_{2}}{R^{2}}u(R)\right)^{2} + \left(\frac{-1}{R}u(U_{2})\right)^{2}$$

• Pro skutečný OZ, katalogová hodnota vstupních klidových proudů  $I_N = 7 \cdot 10^{-9}$  A, koeficient rozšíření  $k_r = 2$ :

$$u(I_{OZ}) = k_r \sqrt{u^2(I_{x_{id}}) + \left(\frac{I_N}{\sqrt{3}}\right)^2}$$

$U_1 \; [mV]$	10,0	20,0	30,0	41,0	50,0	61,0	70,0	80,0	90,0	100,0
$-U_2$ [V]	0,047	0,111	0,210	$0,\!379$	$0,\!544$	0,819	1,161	1,716	$2,\!403$	3,262
$I \ [\mu A]$	0,47	1,11	2,10	$3,\!79$	$5,\!44$	$^{8,19}$	11,61	$17,\!16$	$24,\!03$	$32,\!62$
$u(I_{OZ})$ [ $\mu$ A]	0,01	0,01	0,05	0,05	$0,\!05$	$0,\!05$	0,04	$0,\!05$	$0,\!45$	$0,\!45$

## 8.3. Voltampérová charakteristika diody



#### 8.4. Vnitřní odpor použitých ampérmetrů

- Výpočty provedené pro zvolenou hodnotu proudu  $I=5~\mu\mathrm{A}.$
- Napětí odečtené z grafu pro převodník I/U,  $U=47,67~{\rm mV}.$

• Vnitřní odpor číslicového přístroje při $U_{A1}=50,67~{\rm mV}:$ 

$$R_{A1} = \frac{U_{A1} - U}{I} = \frac{(50,67 - 47,67) \cdot 10^{-3}}{5 \cdot 10^{-6}} \ \Omega = 600 \ \Omega$$

• Vnitřní odpor analogového přístroje při $U_{A2}=76,67~{\rm mV}:$ 

$$R_{A2} = \frac{U_{A2} - U}{I} = \frac{(76,67 - 47,67) \cdot 10^{-3}}{5 \cdot 10^{-6}} \ \Omega = 5800 \ \Omega$$

# 8.5. Závěr

Srovnání měření velmi malého proudu analogovým a číslicovým ampérmetrem v porovnání s hodnotou zjištěnou pomocí nejpřesnejší metody s převodníkem proud/napětí odhalilo značný vliv vnitřího odporu použitých ampérmétrů, ve kterých vniká úbytek napětí na měřícím ústrojí. Odchylka oproti nejpřesnějšímu výsledku narůstá s rostoucí výchylkou přístroje, u analogového přístroje byla až 75 % a v případě číslového přístroje až 40 %.

# 9. A/Č převodník s postupnou aproximací. Použití logického analyzátoru

# 9.1. Teoretický rozbor

# 9.1.1. Popis A/Č převodníku s postupnou aproximací WSH 570

Hybridní 8 bitový A/Č převodník (Tesla WSH 570) obsahuje zdroj referenčního napětí, 8 bitový Č/A převodník, komparátor, aproximační registr a generátor hodinových impulsů (viz zjednodušené blokové schéma na obr. 1).

Tento převodník kóduje vstupní analogové napětí postupnou aproximací osmi vnitřně generovanými, binárně odstupňovanými váhami. Během převodu (STATUS je na úrovni H) vyšle převodník 9 hodinových impulsů a synchronně s nimi 8 datových bitů sériového výstupu (S OUT). Paralelní kód je během převodu neplatný. Ukončení převodu a platnost paralelního výstupu je signalizována návratem stavového výstupu STATUS na úroveň L.

U <sub>IN</sub>		CSB kód – binárně					CSB kód	$U_{OUT}$	Odchylka		
$\fbox{12,275 mV}$	1	1	1	1	1	1	1	0	254	0,039 V	$-0.027\mathrm{V}(-69\%)$
$32,277 \mathrm{~mV}$	1	1	1	1	1	1	0	0	252	$0,117 \ V$	$-0,085\mathrm{V}(-72\%)$
2,502 V	1	1	0	0	0	0	0	0	192	$2,461 { m V}$	$0,\!041{ m V}(2\%)$
3,294 V	1	0	1	0	1	0	1	1	171	3,281 V	$0,\!013\mathrm{V}(1\%)$
5,000 V	1	0	0	0	0	0	0	0	128	4,961 V	$0,\!039{ m V}~(2\%)$
7,498 V	0	1	0	0	0	0	1	1	67	7,344 V	$0,\!154\mathrm{V}~(2\%)$
$9,695 \ { m V}$	0	0	0	0	1	1	0	0	12	$9{,}492~\mathrm{V}$	$0,\!203\mathrm{V}(0\%)$

#### 9.2. Naměřené a vypočtené hodnoty

## 9.3. Závěr

Zvýšení kmitočtu impulsního generátoru udávajícímu hodinový takt pro řízení převodníku mělo za následek zvýšení kmitočtu startovacích impulzů převodníku. Změna z 0,1 MHz na 1 MHz ovšem způsobila to, že doba mezi jednotlivými startovacími impulzy byla kratší než doba nutná k proběhnutí celého analogově-číslicového převodu aproximačním převodníkem WSH 570. To způsobilo, že se správně nastavily pouze vyšší významové bity, takže převedený kód byl značně nepřesný.

Porovnáním převodu vstupního napětí  $U_{IN}$  měřeného voltmetrem a napětí  $U_{OUT}$  určeného z binárního komplementárního kódu jsem zjistil velkou nepřesnost při nastavení nižších významových bitů. To zatíží převod malých napětí, řádově desítky mV, velkou chybou. U vyšších napětí se tato nepřesnost tolik neprojeví, takže odchylka je okolo 1–2%.

# 10. Číslicový voltmetr s dvojí integrací

# 10.1. Teoretický rozbor

#### 10.1.1. Funkce číslicového voltmetru sdvojí integrací

Při měření se integruje se měřené napětí  $U_X$ . Včase  $T_1$  se vynuluje čítač a přepne se změřeného na referenční napětí a integruje se referenční napětí. Za dobu  $T_2$  čítač načítá N impulsů, jejichž počet je úměrný napětí  $U_X$ .



$$\begin{split} &\frac{U_X}{RC}T_1=\frac{U_R}{RC}T_2\\ &N=f_0T_1\frac{U_X}{U_R}=\frac{N_1}{U_R}U_X=KU_X\\ &N_1-\text{maximání údaj čítače} \end{split}$$

Obr.: Průběhy výstupního napětí integrátoru pro různé hodnoty měřeného napětí  $(U''_X > U_X > U'_X > 0)$ 



Obr.: Blokové schéma číslicového voltmetru s dvojí integrací

Sériové rušení na vstupu číslicového voltmetru může způsobit znatelnou chybu. Je způsobeno například střídavými, rušivými signály indukovanými vsíti. Integrační A/D převodníky toto rušení potlačují. Díky vhodně zvolené době integrace ( $T_1$  je rovno celistvému násobku doby periody sítě tj. 20 ms) je integrál rušivého napětí za  $T_1$  nulový. Rušení je také ovlivněno

fázovým posuvem rušivého signálu vůči periodě  $T_1$ . Maximální rušení vzniká pokud se maximální hodnota rušivého signálu vyskytne ve středu doby  $T_1$ . Odpovídající hodnota činitele rušení je

$$K_{pSM_{min}} = 20 \log \frac{\pi T_1 f_r}{\sin(\pi T_1 f_r)}$$

# 10.2. Naměřené a vypočtené hodnoty

10.2.1. Průběh na integrátoru



$U_1$	$U_{2_i}$	$T_1$	$T_2$
[V]	[V]	[ms]	[ms]
$0,\!482$	$^{2,4}$	20	5
1,029	$^{5,2}$	20	11
$1,\!463$	$^{7,2}$	20	16
$1,\!975$	10,0	20	21

10.2.2. Závislost činitele potlačení seriového rušení na kmitočtu

f	$U_{max_{CVf}}$	$K_{pSM}$	f	$U_{max_{CVf}}$	$K_{pSM}$	f	$U_{max_{CVf}}$	$K_{pSM}$
[Hz]	[V]	[dB]	[Hz]	[V]	[dB]	[Hz]	[V]	[dB]
25	0,799	$5,\!55$	97	0,023	36,36	150	0,015	40,08
47	0,03	34,06	100	$0,\!053$	29,11	153	0,041	31,34
50	0,069	$26,\!82$	103	0,06	28,03	175	$0,\!061$	27,89
53	0,102	$23,\!43$	125	0,104	23,26	197	0,014	40,68
75	0,123	$21,\!80$	147	0,014	40,68	200	0,032	33,49

### Příklad výpočtu

- Vstupní harmonické napětí  $U_{ef}=1,\!070$  V
- Maximum vstupního harmonického napětí  $U_{max_{in}}=\sqrt{2}U_{ef}=\sqrt{2}\cdot 1,\!07$ V $=1,\!513$ V
- Kmitočet f = 50 Hz

- Doba integrace  $T_1 = 20 \text{ ms}$
- Činitel potlačení seriového rušení na kmitočtu  $K_{pSM}$

$$K_{pSM}(f) = 20 \log \frac{U_{max_{in}}}{U_{max_{CVf}}} = 20 \log \frac{1,513}{0,069} = 26,82 \text{ dB}$$

Graf závislosti



# 10.3. Závěr

Nanaměřených průbězích výstupu integrátoru je zobrazen tvar napětí  $u_{2i}$  odpovídající teoretickým předpokladům. Doba integrování  $T_1$  odpovídala přibližně době periody síťové frekvence 50 Hz.

Výsledky měření závislosti činitele potlačení seriového rušení na kmitočtu jsou zatížené chybou způsobebou zřejmě nepřesných kmitočtem v elektrorozvodné síti. V ideálním případě je v celistvých násobcích  $T_1 = 20$  ms činitel potlačení  $K_{pSM} \to \infty$ , v našem případě dosahoval maxima pro kmitočty 47 Hz, 97 Hz, 147 Hz,... a to přibližně 40 dB, což odpovídá chybě asi 1%. Z toho je patrné, že voltmetry s integračním AČ převodníkem by měly mít proměnlivou dobu integrování v závislosti na okamžitém kmitočtu sítě, který může kolísat vlivem zatížení.

Z grafu je dále vidět že činitel potlačení seriového rušení celkově roste se zvyšující se frekvencí.

# 11. Demonstrace principu vzorkování a Č/A převodníky

k	0	1	2	3	4	5	6	7
U [V]	1,048	0,710	0,252	-0,278	-0,797	-1,231	-1,521	$-1,\!627$
k	8	9	10	11	12	13	14	15
U [V]	-1,462	-1,118	-0,645	-0,093	0,438	0,876	1,153	1,232

# 11.1. Naměřené vzorky sledovaného signálu

#### 11.1.1. Rekonstrukce vzorkovaného signálu



#### 11.1.2. Efektivní hodnota zrekonstruovaného signálu

- Efektivní hodnota změřená voltmetrem U = 0,998 V
- Počet vzorků  ${\cal N}=16$
- Efektivní hodnota vzorkovaného signálu:

$$U = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} U_k^2} = \sqrt{\frac{1}{16} \sum_{k=0}^{15} 16,473} = 1,015 \text{ V}$$

#### 11.1.3. Určení změny výstupního napětí na čase

V režimu "ruční vzorkování" byla sledována změna hodnoty výstupního signálu v závislosti na čase. V našem případě se určovala velikost této změny za dobu 10 sekund. Napětí  $U_1$  odpovídá hodnotě na začátku měření a  $U_2$  na konci.

Měření	1.	2.	3.	4.
$U_1$ [V]	$1,\!487$	$1,\!194$	0,238	$1,\!531$
$U_2$ [V]	$1,\!672$	$1,\!387$	$0,\!421$	1,732
$\Delta U$ [V]	0,185	0,193	0,183	0,201

# 11.2. Převodní charakteristiky Č/A převodníků

- $U_V$  převodník s váhovou odporovou sítí
- $U_Z$  převodník s žebříčkovou odporovou sítí

D $[-]$	$U_V$ [V]	$U_Z$ [V]	D [-]	$U_V$ [V]	$U_Z$ [V]
0	0,017	0,018	8	5,003	4,947
1	$0,\!641$	$0,\!638$	9	$5,\!628$	5,568
2	$1,\!271$	$1,\!253$	10	$6,\!258$	$6,\!184$
3	1,896	$1,\!874$	11	$6,\!883$	6,805
4	$2,\!53$	$2,\!485$	12	7,518	$7,\!417$
5	$3,\!156$	$3,\!107$	13	8,143	8,038
6	3,785	3,722	14	8,773	$8,\!653$
7	4,411	4,344	15	$9,\!397$	$9,\!275$



# 11.3. Závěr

# 11.3.1. Demonstrace principu vzorkování

Efektivní hodnota vzorkovaného signálu v porovnání s hodnotou naměřenou číslicovým voltmetrem s lišila o  $1.7\,\%.$ 

Námi použitý vzorkovač napětí se vyznačoval tím, že v režimu pamatování hodnota výstupního napětí vyrůstala. Tuto změnu způsobuje vybíjení se pamatovacího kapacitoru.

Doba režimu sledování byla určena osciloskopem a její trvání má velikost 3,4  $\mu$ s. Upínací doba v režimu sledování na námi použitém přípravku trvala 2,2  $\mu$ s

# 11.3.2. Č/A převodníky

Porovnání obou typů převodníků ukázalo, že převod napětí se vzhledem k ideální hodnotě lišil téměř stejně. V obou případech bylo výstupní napětí nižší (od D = 1) a velikost této odchylky vzrůstala s rostoucí vstupní hodnotou D.

# 12. Měření výkonu a energie spotřebované jednofázovou zátěží

# 12.1. Naměřené hodnoty

#### Hodnoty společné pro všechna měření

- Převod měřícího transformátoru proudu p = 10
- Napětí na zátěži  $U_1 = 118$  V
- Proud odebíraný ze zdroje I = 25 A
- Odpor napěťové cívky watt<br/>metru  $R_{nW}=4000~\Omega$
- Odpor voltmetru  $R_V = 60000 \ \Omega$
- Nejistota údaje watt<br/>metru s třídou přesnostiTP=0,5a rozsahem<br/>  $M=300\,{\rm W}:$

$$u_B(P) = \frac{TP}{100 \cdot \sqrt{3}} M = \frac{0.5}{100 \cdot \sqrt{3}} 300 \,\mathrm{W} = 0.87 \,\mathrm{W}$$

- Nejistota údaje watt<br/>metru s třídou přesnostiTP=0,5a rozsahem <br/>  $M=600\,{\rm W}$ je  $u_B(P)=1,73~{\rm W}$
- Nejistota údaje voltmetru s třídou přesnostiTP=0,5a rozsahem $M=120\,{\rm V}$  je $u_B(U)=0,35~{\rm W}$
- Nejistota použitého měřícího transformátoru s převodem  $p_I = 10$ , chyba fáze 30 úhlových minut a TP = 0,2:

$$u_B(p_I) = \frac{TP}{100 \cdot \sqrt{3}} M = \frac{0.2}{100 \cdot \sqrt{3}} = 0.012$$

#### 12.1.1. Měření činného výkonu

- Konstanta wattmetru  $k_W = 2,5$
- Výchylka watt<br/>metru $\alpha=89$
- Měřený činný výkon

$$P_m = k_W \alpha p = 2.5 \cdot 89 \cdot 10 \text{ W} = 2225 \text{ W}$$

- Napětí na sekundáru proudového transformátoru  $U_3 = 0.86$  V
- Korekce chyby metody způsobené vlastní spotřebou paralelní napěťové cívky wattmetru a voltmetru (chyba úhlu měřícího transformátoru je zanedbaná)

$$P_S = P_m - \frac{U_1^2}{R_{nW}R_V}(R_{nW} + R_V) = 2225 - \frac{118^2}{4 \cdot 6 \cdot 10^7}(4000 + 60000) \text{ W} = 2221,29 \text{ W}$$

• Celkový činný výkon včetně rozšířené nejistoty s koeficientem rozšíření  $k_r = 2$ 

$$P = P_S \pm 2\sqrt{u_B^2(P) + u_B^2(p_I)} = 2221,29 + 2\sqrt{1,73^2 + 0,012^2} = (2221,29 \pm 3,46) \text{ W}$$

#### 12.1.2. Měření jalového výkonu

- Konstanta watt<br/>metru  $k_W = 5$
- Převod měřícího transformátoru proudu $p_I=10$
- Výchylka watt<br/>metru $\alpha_Q=29$
- Napětí na výstupu Görgesova můstku  $U_2=103~\mathrm{V}$
- Měřený jalový výkon

$$Q_s = k_W \alpha_Q p_I \frac{U_1}{U_2} = 5 \cdot 29 \cdot 10 \frac{118}{103}$$
 VAr = 1661,17 VAr

• Jalový výkon včetně rozšířené nejistoty s koeficientem rozšíření  $k_r = 2$ , zde se navíc uplatňuje chyba obou voltmetrů

$$Q = Q_S \pm 2\sqrt{u_B^2(P) + 2u_B^2(U) + u_B^2(p_I)} = 1661,17 \pm 2\sqrt{1,73^2 + 2 \cdot 0,35^2 + 0,012^2} \text{ VAr}$$

$$Q = (1661, 17 \pm 3, 60)$$
 VAr

#### 12.1.3. Měření energie

- Konstanta elektroměru  $K_e = 5000$  ot./kWh = 1 ot./720 J
- Počet otáček elektroměrun=9
- Čas po který byl odečítán údaj elektroměru t = 30 s
- Výkon měřený wattmetrem P = 2225 W, po korekci (viz ??)

$$P = (2221, 29 \pm 1, 74) \text{ W} (k_r = 2)$$

• Energie odebíraná zátěží při měření elektroměrem

$$A_e = p_I \frac{n}{K_e} = 10 \frac{9}{1/720} \text{ J} = 64800 \text{ J}$$

 Korekce metodické chyby měření elektroměrem, kde se bere ohled na spotřebu napěťových cívek wattmetru a voltmetru, spotřeba elektroměru není započítaná, protože na přístroji nebyly uvedeny potřebné údaje

$$A_{ek} = A_e - t \frac{U_1^2}{R_{nW}R_V} (R_{nW} + R_V) = 64800 - 30 \frac{118^2}{4 \cdot 6 \cdot 10^7} (4000 + 60000) \text{ J} = 64688,61 \text{ J}$$

• Energie odebíraná zátěží při měření watt<br/>metrem s koeficientem rozšíření  $k_r=2$ 

$$A_w = p_I P t = (2221, 29 \pm 1, 74) \cdot 30 \text{ J} = (66638, 7 \pm 52, 2) \text{ J}$$

• Napětí na sekundáru proudového transformátoru  $U_3=0,9~\mathrm{V}$ 

# 12.2. Závěr

Rozdíl hodnot odebrané energie určené měřením elektroměrem a wattmetrem za určitou dobu je asi 3 %. Přesnější metoda je v tomto případě měření, během krátké doby, pomocí wattmetru. Měřený výkon se během měřené doby neměnil. Při počítání otáček koutoučku elektroměru je možné odečítat jen celé proběhnuté otáčky, takže zde může vzniknout značná nepřesnost daná spotřebou na jednu otáčku (až 720 J).

# 13. Měření výkonu nesouměrné třífazové zátěže

# 13.1. Naměřené a vypočtené hodnoty

Pokud je u měření jalového výkonu uvedena záporná výchylka, bylo nutné obrátit vstupní napěťové svorky wattmetru.

Fáze	Proudy	Činné výkony			Jalové výkony			
	$I_i$	$k_{W_i}$	$\alpha_i$ $P_i$		$k_{W_i}$	$lpha_i$	$N_i$	$Q_i = \frac{N_i}{\sqrt{3}}$
	[A]	[W/d]	[dílek]	[W]	[VAr/d]	[dílek]		[VAr]
$\bigcup (L_1)$	2,00	2	65	130	2	-49	98	56,58
$V(L_2)$	1,05	2	35	70	2	-10	20	$11,\!55$
$W(L_3)$	1,55	2	31	62	2	-76	152	87,76

13.1.1. Měření třemi wattmetry

• Nejistota údaje wattmetrů s třídou přesnosti TP = 0.5 a rozsahem M = 240 W:

$$u(P) = \frac{TP}{100 \cdot \sqrt{3}}M = \frac{0.5}{100 \cdot \sqrt{3}}240 \,\mathrm{W} = 0.69 \,\mathrm{W}$$

• Celkový činný výkon včetně rozšířené nejistoty s koeficientem rozšíření  $k_r = 2$ :

$$P_{Cm} = P_1 + P_2 + P_3 \pm k_r u_B = 130 + 70 + 62 \pm 2\sqrt{3 \cdot 0.69^2}$$
 W = (262 ± 2.39) W

• Celkový *jalový* výkon včetně rozšířené nejistoty s koeficientem rozšíření  $k_r = 2$ :

$$Q_{Cm} = Q_1 + Q_2 + Q_3 \pm k_r u_B = 56,58 + 11,55 + 87,76 \pm 2\sqrt{3\left(\frac{0,69}{\sqrt{3}}\right)^2} \text{ VAr} = (155,89 \pm 1,38) \text{ VAr}$$

#### 13.1.2. Měření dvěma wattmetry

Fáze	Proudy	Činné výkony			Jalové výkony			
	$I_i$	$k_{W_i}$	$\alpha_i$	$P_i$	$k_{W_i}$	$lpha_i$	$N_i$	$Q_i = N_i \sqrt{3}$
	[A]	[W/d]	[dílek]	[W]	[VAr/d]	[dílek]		[VAr]
$\bigcup (L_1)$	2,00	2	71	142	2	-57	114	197,45
$V(L_2)$	$1,\!05$	2	63	126	2	-12	24	$41,\!57$

• Nejistota údaje wattmetrů u(P) = 0.69 W.

• Celkový činný výkon včetně rozšířené nejistoty s koeficientem rozšíření  $k_r = 2$ , sdružená napětí  $U_{13} = U_{23} = 120 \text{ V}$ , velikost odporu napěťové cívky wattmetru  $R_{n_X} = 4000 \Omega$ :

$$P_C = P_1 - \frac{U_{13}^2}{R_{n_1}} + P_2 - \frac{U_{23}^2}{R_{n_2}} \pm k_r u_B = 142 - \frac{120^2}{4000} + 126 - \frac{120^2}{4000} \pm 2\sqrt{2 \cdot 0.69^2} \,\mathrm{W} = (260.8 \pm 1.95) \,\mathrm{W}$$

• Celkový jalový výkon včetně rozšířené nejistoty s koeficientem rozšíření  $k_r = 2$ :

$$Q_C = Q_1 - Q_2 \pm k_r u_B = 197,45 - 47,57 \pm 2\sqrt{(0,69 \cdot \sqrt{3})^2}$$
 VAr = (149,88 ± 2,39) VAr

#### 13.1.3. Měření výkonů pomocí elektroměru

- Činný výkon
  - -Údaj na počátku měření: 155157 W  $\cdot\,{\rm h}$
  - Údaj po uplynutí <br/>  $\Delta t :$  155164 W  $\cdot$  h
  - Práce činná  $\Delta A_P = 7~\mathrm{W}\cdot\mathrm{h}$
  - Činný výkon

$$P = K \frac{\Delta A_P}{\Delta t} = \frac{70}{220} \frac{7}{\frac{2 \cdot 15}{3600}} = 267,27 \text{ W}$$

- Jalový výkon
  - Údaj na počátku měření: 90622 W  $\cdot$  h
  - Údaj po uplynutí <br/>  $\Delta t:$ 90626 W  $\cdot$  h
  - Práce jalová $\Delta A_Q = 4~{\rm W}\cdot{\rm h}$
  - Jalový výkon výkon  $Q=153{,}73~{\rm W}$

$$Q = K \frac{\Delta A_Q}{\Delta t} = \frac{70}{220} \frac{4}{\frac{2 \cdot 15}{3600}} = 153,73 \text{ W}$$

# 13.2. Závěr

#### 13.2.1. Porovnání údajů

Výkon	Metoda						
	3 wattmetry	2 wattmetry	elektroměrem				
Činný $P$ [W]	$262,00 \pm 2,39$	$260,8\pm1,\!38$	267,27				
Jalový $Q~[\mathrm{VAr}]$	$155{,}89\pm1{,}95$	$149,\!88\pm2,\!39$	153,73				

Při srovnání údajů obou metod měření vychází lépe zapojení se 2 wattmetry. U této metody byla navíc provedena korekce chyby metody, kterou způsobuje spotřeba napěťových cívek.

Chyba metody pro 3 wattmetry nebyla korigována, protože jsme neměřili fázové napětí proti uzlu napěťových cívek. Toto napětí se odečítá od změřeného údaje, zřejmě z tohoto důvodu je změřený výkon o něco málo vyšší než u předchozí metody.

Při srovnání měření pomocí wattmetrů a elektroměru zjistíme že se hodnoty udané elektroměrem přibližně shodují. Ovšem měření výkonu pomocí elektroměru je méně přesné. Je to způsobeno tím, že elektroměr má rozlišovací schopnost v jednotkách watthodin což odpovídá kroku 38 W nebo 38 VAr.

# 14. Wheatstoneův můstek. Vyhodnocení odporu odporového snímače

# 14.1. Teoretický rozbor

Vyvážený Wheastonův můstek se v současné době využívá prakticky prouze pro velmi přesná měření středních odporů. Velice často se však stále ještě používá nevyvážený Wheastonův můstek, a to zejména v oblasti měření nelektrických veličin (teplota, tenzometrická měření).

#### 14.1.1. Odvození vztahů

Pro Wheastonův můstek napájený ze zdroje napětí platí

$$U_{BD} = U_{AC} \left( \frac{R_X}{R_X + R_D} - \frac{R_3}{R_3 + R_4} \right)$$

Pro  $\Delta R = 0$  ( $\alpha = 90^{\circ}$ ) vyvážíme můstek pomocí odporové dekády  $R_D$  tak, že  $U_{BD} = 0$  ( $R_D = R_0$ ) a můstek rozvažujeme změnou  $\Delta R$ . Po dosazení za  $R_X = R_0 \pm \Delta R$ ,  $R_3 = R_4 = R_D = R_0$  dostaneme pro výstupní napětí můstku vztah

$$U_{BD} = U\left(\frac{1}{2} - \frac{R_0 \pm \Delta R}{2R_0 \pm \Delta R}\right) = U_{AC}\left(\frac{(2R_0 \pm \Delta R) - (2R_0 \pm \Delta R)}{2(2R_0 \pm \Delta R)}\right) = -U_{AC}\frac{\pm \Delta R}{2(2R_0 \pm \Delta R)}$$

Pro zapojení Wheatstoneova můstku napájeného ze zdroje proudu platí (odvozeno pomocí vztahu pro proudový dělič)

$$\begin{split} \frac{I_B}{I} &= \frac{\frac{U}{2R_0}}{\frac{U}{\frac{2R_0(2R_0\pm\Delta R)}{4R_0\pm\Delta R}}} = \frac{2R_0\pm\Delta R}{4R_0\pm\Delta R} \Rightarrow I_B = \frac{2R_0\pm\Delta R}{4R_0\pm\Delta R}I\\ I &= I\left(1 - \frac{2R_0\pm\Delta R}{4R_0\pm\Delta R}\right) = I\frac{2R_0}{4R_0\pm\Delta R} \end{split}$$

Napětí  $U_{BD}$  je tedy dáno vztahem

$$U_{BD} = I_B R_0 - (I - I_B)(R_0 \pm \Delta R)$$

a po dosazení z předcházejících vztahů dostaneme výraz

$$U_{BD} = \frac{2R_0 \pm \Delta R}{4R_0 \pm \Delta R} IR_0 - \left(I\frac{2R_0}{4R_0 \pm \Delta R}\right) (R_0 \pm \Delta R) = I\frac{R_0(2R_0 \pm \Delta R) - 2R_0(2R_0 \pm \Delta R)}{4R_0 \pm \Delta R} = -I\frac{R_0(\pm \Delta R)}{4R_0 \pm \Delta R} = -I\frac{\pm \Delta R}{4\pm \frac{\Delta R}{R_0}}$$

# 14.2. Naměřené a vypočtené hodnoty

α	$U_2$	$R_X$	$\Delta R$	α	$U_2$	$R_X$	$\Delta R$
[°]	[V]	$[\Omega]$	$[\Omega]$	[°]	[V]	$[\Omega]$	[Ω]
0	-1,15	1146	-209	105	-1,39	1391	36
15	$-1,\!18$	1175	-180	120	$-1,\!43$	1427	72
30	-1,21	1210	-145	135	-1,46	1464	109
45	$-1,\!25$	1247	-108	150	$^{-1,5}$	1498	143
60	-1,28	1283	-72	165	$-1,\!54$	1535	180
75	-1,32	1318	-37	180	-1,57	1568	213
90	-1,36	1355	0				

14.2.1. Závislost odporu snímače na jeho úhlové výchylce  $\alpha$ 

# 14.2.2. Wheastnonův můstek napájený ze zdroje napětí

- Napětí zdroje $U_{AC}=5~\mathrm{V}$
- Hodnota na odporové dekádě $R_0=1366,4~\Omega$
- Naměřené napětí  $U_{BD}^{\prime}$
- Teoretická hodnota $U_{BD}$ vypočítaná ze vztahu

$$U_{BD} = U_{AC} \frac{\Delta R}{2(2R_0 + \Delta R)}$$

α	$U'_{BD}$	$U_{BD}$	$\Delta U_{BD}$	α	$U'_{BD}$	$U_{BD}$	$\Delta U_{BD}$
[°]	[V]	[V]	[V]	[°]	[V]	[V]	[V]
0	-0,21	-0,21	0,0010	105	0,04	0,03	-0,0035
15	-0,17	-0,18	-0,0033	120	0,07	0,06	-0,0018
30	-0,14	-0,14	-0,0031	135	0,10	0,10	-0,0011
45	-0,10	-0,10	-0,0029	150	0,13	0,12	-0,0017
60	-0,06	-0,07	-0,0046	165	0,16	0,15	-0,0025
75	-0,03	-0,03	-0,0023	180	0,18	0,18	-0,0022
90	0,00	0,00	0,0000				

# 14.2.3. Wheastnonův můstek napájený ze zdroje proudu

- Napětí zdroje  $U_Z=3,\!622~\mathrm{V}$
- ProudIdodávaný z převodníku U/I,s odporem $R_N=1~{\rm k}\Omega$

$$I = \frac{U_Z}{R_N} = \frac{3,622}{1000}$$
 A = 3,622 mA

- Hodnota na odporové dekádě $R_0=1366,5~\Omega$
- Naměřené napětí  $U_{BD}^{\prime}$
- Teoretická hodnota  $U_{BD}$ vypočítaná ze vztahu

					C BD	$4 + \frac{\Delta R}{R_0}$	
$\alpha$	$U_{BD}^{\prime}$	$U_{BD}$	$\Delta U_{BD}$	α	$U_{BD}^{\prime}$	$U_{BD}$	$\Delta U_{BD}$
[°]	[mV]	[mV]	[mV]	[°]	[mV]	[mV]	[mV]
0	$-192,\!86$	-196,77	$3,\!91$	105	$32,\!59$	$32,\!38$	0,21
15	-166,2	$-168{,}54$	2,34	120	$67,\!13$	$64,\!35$	2,78
30	$-132,\!87$	$-134,\!88$	$2,\!01$	135	100,51	96,77	3,74
45	$-101,\!62$	-99,77	-1,85	150	$132,\!96$	126, 19	6,77
60	$-64,\!34$	-66,07	1,73	165	$165,\!68$	157,79	7,89
75	$-32,\!81$	-33,73	0,92	180	$195,\!34$	$185,\!64$	9,70
90	0,00	0,00	0,00				

$$U_{BD} = \frac{I\Delta R}{4 + \frac{\Delta R}{R_0}}$$

# 14.2.4. Závislost $\mathbf{U_2} = \mathbf{f}(\Delta \mathbf{R})$ linearizovaného můstku

- Napětí zdroje  $U_Z = 2,500$  V
- Hodnota na odporové dekádě $R_0=1366,5~\Omega$
- Naměřené napětí  $U'_2$
- Teoretická hodnota $U_2$ vypočítaná ze vztahu

$$U_2 = -\frac{\Delta R}{2R_0}U_Z$$

 • Směrnice přímky k stanovena z krajních bodů závislosti pro $\alpha_1=0^\circ,\,U_1=-192,86\;\mathrm{mV}$ a  $\alpha_2 = 180^{\circ}, U_2 = 195,34 \text{ mV}$ 

			$\kappa = -$	$\alpha_2 - \alpha_2$	$\frac{1}{\alpha_1} =$	180 - 0	= 2
$\alpha$	$U_2'$	$U_2$	$\Delta U_2$	α	$U_2'$	$U_2$	$\Delta U_2$
[°]	[mV]	[mV]	[mV]	[°]	[mV]	[mV]	[mV]
0	$193,\!29$	191,18	-2,11	105	$-35,\!47$	$-32,\!93$	2,54
15	$163,\!61$	$164,\!65$	1,04	120	$-67,\!6$	$-65,\!86$	1,74
30	$129,\!88$	132,64	2,76	135	$-99,\!94$	-99,71	0,23
45	$97,\!61$	98,79	1,18	150	$-130,\!66$	$-130,\!81$	-0,15
60	$63,\!78$	$65,\!86$	2,08	165	$-164,\!66$	$-164,\!65$	0,01
75	32,73	$33,\!85$	$1,\!12$	180	$-195,\!32$	$-194,\!84$	0,48
90	0,00	0,00	0,00				

$$k = \frac{U_2 - U_1}{\alpha_2 - \alpha_1} = \frac{195,34 - (-192,86)}{180 - 0} = 2,1567$$



# 14.3. Závislost výstupních napětí na výchylce

14.4. Závislost odchylek výstupních napětí od linearizovaného průběhu



# 14.5. Závěr

Pro všechny typy můstků se z měnícím se  $\Delta R$  odchylka  $\Delta U$  měnila v závislosti na vyvážení můstku. U linearizovaného můstku se odchylka měnila minimálně. Od ideálního lineárního můstku se tak nejvíce odlišuje Wheatstoneův můstek napájený zdrojem napětí a asi o polovinu přesnější byl Wheatstoneův můstek napájený zdrojem proudu.

Porovnání naměřených a teoretických hodnot vychází přibližně stejně pro všechny typy můstků.

# 15. Měření malých odporu srovnávací metodou a pomocí převodníku R→U

# 15.1. Teoretický rozbor

#### 15.1.1. Sériová srovnávací metoda

Při měření odporů srovnávací sériovou metodou je obvod zapojen podle obr. A. Číslicovým voltmetrem změříme napětí  $U_{N1}$  na odporovém etalonu, pak napětí  $U_X$  na neznámém rezistoru a znovu napětí  $U_{N2}$  na odporovém etalonu. Tímto postupem omezíme chybu způsobenou nestálostí měřicího proudu. Za předpokladu, že použitý číslicový voltmetr má velký odpor  $R_{CV} >> R_{X1}$ , bude platit

$$\frac{R_{X1}}{R_N} = \frac{U_X}{U_N} \Rightarrow U_N = \frac{U_{N1} + U_{N2}}{2}, \quad R_{X1} = \frac{U_X}{U_N} R_N$$

Protože měříme malé odpory a tím i malá napětí, je nutné použít *čtyřsvorkové zapojení*, tzn., že napětí měříme na napěťových (potenciálních) svorkách odporového etalonu i neznámého rezistoru. Tím vyloučíme chybu způsobenou úbytkem napětí na proudových svorkách.

Pro vyloučení vlivu termoelektrických napětí, která se mohou projevit jako přídavná chyba (napětí měřené na neznámém rezistoru je řádově srovnatelné) provedeme měření pro obě polarity zdroje proudu a velikost neznámého odporu stanovíme jako aritmetický průměr výsledků obou měření.

#### 15.1.2. Měření malého odporu s pomocí převodníku $R \rightarrow U$

Převodník  $R \to U$  je pro malé odpory realizován zapojením se zdrojem proudu řízeným napětím podle obr. B. Jako zdroj referenčního napětí je v přípravku zabudován stabilizátor MAC 01 s odporovým děličem. Tranzistor KD 337 zapojený za operačním zesilovačem posiluje pro kladnou polaritu koncový stupeň OZ a umožňuje odběr proudu  $I_2$  řádově  $10^{-1}$  A.

Je-li velikost referenčního napětí  $U_r$ , platí pro proud  $I_2$  vztah

$$I_2 = \frac{U_r}{R_1}$$

Kromě chyb přístrojů se v celkové chybě měření uplatní také vliv termoelektrických napětí vzniklých na potenciálních svorkách a offset operačního zesilovače. Tyto vlivy nelze v tomto zapojení zjistit, protože to přípravek s převodníkem  $R \to U$  neumožňuje.

Pro malé hodnoty odporu a tím i malé hodnoty napětí je nutné použít opět čtyřsvorkové zapojení, tzn. napětí měřit na napěťových svorkách neznámého rezistoru. Pokud napětí měříme na svorkách proudových, změříme navíc úbytky napětí vzniklé průchodem proudu přechodovými odpory svorek.

#### 15.2. Naměřené a vypočtené hodnoty

#### 15.2.1. Společné hodnoty

• Nejistota měření napětí  $U_X$  na číslicovém přístroji M1T 330 s chybou  $\delta_1 = \pm 0.01 \%$  z údaje a  $\delta_2 = \pm 0.01 \%$  z rozsahu M = 300 mV:

$$u(U_2) = \frac{\frac{\delta_1}{100}U_X + \frac{\delta_2}{100}M}{\sqrt{3}} = \frac{\frac{0.01}{100}U_X + \frac{0.01}{100} \cdot 0.3}{\sqrt{3}} V$$

# 15.2.2. Sériová srovnávací metoda

• Standardní nejistota měření odporu

$$R_X = \frac{U_X}{U_N} R_N, \quad u^2(R_X) = \left(\frac{\partial R_X}{\partial U_X} u(U_X)\right)^2 + \left(\frac{\partial R_X}{\partial U_N} u(U_N)\right)^2 + \left(\frac{\partial R_X}{\partial R_N} u(R_N)\right)^2$$
$$u(R_X) = \sqrt{\frac{R_N^2}{U_N^2} u^2(U_X) + \frac{U_X^2 R_N^2}{U_N^4} u^2(U_N) + \frac{U_X^2}{U_N^2} u^2(R_N)}$$

- Velikost odporu etalonu  $R_N=0,01~\Omega$ s možnou odchylkou až $\delta_{R_N}=0,01~\%$
- První měření:

$$- U_{N1} = (49,75 \pm 0,020) \text{ mV}$$

$$- U_X = (14,16 \pm 0,018) \text{ mV}$$

$$- U_{N2} = (49,63 \pm 0,020) \text{ mV}$$

$$- I = 4,95 \text{ A}$$

$$- U_N = \frac{U_{N1} + U_{N2}}{2} \pm \frac{u(U_{N1}) + u(U_{N2})}{2} = \frac{49,75 \pm 49,63}{2} \pm \frac{0,020 \pm 0,020}{2} \text{ mV} = (49,69 \pm 0,020) \text{ mV}$$

$$- R_{X1} = \frac{U_X}{U_N} R_N \pm u(R_{X1}) = \frac{14,16}{49,69} 0,01 \pm 0,0040 \text{ m\Omega} = (2,8497 \pm 0,0040) \text{ m\Omega}$$

• Měření s opačnou polaritou napětí zdroje  $U_2$ :

$$- U_{N1} = (49,52 \pm 0,020) \text{ mV}$$

$$- U_X = (14,10 \pm 0,018) \text{ mV}$$

$$- U_{N2} = (49,47 \pm 0,020) \text{ mV}$$

$$- I = 4,95 \text{ A}$$

$$- U_N = \frac{U_{N1} + U_{N2}}{2} \pm \frac{u(U_{N1}) + u(U_{N2})}{2} = \frac{49,52 \pm 49,47}{2} \pm \frac{0,020 \pm 0,020}{2} \text{ mV} = (49,495 \pm 0,020) \text{ mV}$$

$$- R_{X2} = \frac{U_X}{U_N} R_N \pm u(R_{X2}) = \frac{14,10}{49,495} 0,01 \pm 0,0040 \text{ m\Omega} = (2,8488 \pm 0,0040) \text{ m\Omega}$$

• Zjištěná hodnota odporu s rozšířenou nejistotou s koeficientem rozšíření  $k_r=2$ 

$$R_X = \frac{R_{X1} + R_{X2}}{2} \pm k_r \frac{u(R_{X1}) + u(R_{X2})}{2} = \frac{2,8497 + 2,8488}{2} \pm 2.0,0040 \text{ m}\Omega = (2,8493 \pm 0,080) \text{ m}\Omega$$

#### 15.2.3. Měření malého odporu s pomocí převodníku R→U

- Hodnota referenčního napětí  $U_r = 5,056$  V
- Nejistota  $U_r$ s udanou přesností $\delta_{U_r}=0.7\,\%:$

$$u(U_r) = \frac{\delta_{U_r}}{100\sqrt{3}}U_r = \frac{0.7}{100\sqrt{3}}5,056 \text{ V} = 0,020 \text{ V}$$

• Nejistota odporu  $R_1 = 50 \ \Omega$ s udanou přesností  $\delta_{R_1} = 0.2 \%$ :

$$u(R_1) = \frac{\delta_{R_1}}{100\sqrt{3}}R_1 = \frac{0.2}{100\sqrt{3}}50 \ \Omega = 0.058 \ \Omega$$

• Proud  $I_2$  procházející  $R_X$  zjistěn ze vztahu

$$I_2 = \frac{U_r}{R_1} = \frac{5,056}{50} \text{ A} \doteq 0,101 \text{ A}$$

• Standardní nejistota měření odporu

$$R_{X} = \frac{U_{X}}{I_{2}} = \frac{U_{X}R_{1}}{U_{r}}, \quad u^{2}(R_{X}) = \left(\frac{\partial R_{X}}{\partial U_{X}}u(U_{X})\right)^{2} + \left(\frac{\partial R_{X}}{\partial U_{r}}u(U_{r})\right)^{2} + \left(\frac{\partial R_{X}}{\partial R_{1}}u(R_{1})\right)^{2}$$
$$u(R_{X}) = \sqrt{\frac{R_{1}^{2}}{U_{r}^{2}}u^{2}(U_{X}) + \frac{U_{X}^{2}R_{1}^{2}}{U_{r}^{4}}u^{2}(U_{r}) + \frac{U_{X}^{2}}{U_{r}^{2}}u^{2}(R_{1})}$$

- Napětí měřené čtyřsvorkově (napěťových) svorkách  $U_{X_1} = (11, 37 \pm 0, 018) \ \mathrm{mV}$
- Hodnota odporu ${\cal R}_{X_1}$ s rozšířenou nejistotou s koeficientem rozšíření  $k_r=2$

$$R_{X_1} = \frac{U_{X_1}}{I_2} = \frac{11,37}{0,101} \text{ m}\Omega = (112,44 \pm 1,00) \text{ m}\Omega$$

- Napětí měřené dvousvorkově (na proudových) svorkách  $U_{X_2} = (14,\!48\pm0,\!018)~\mathrm{mV}$
- Hodnota odporu $R_{X_2}$ s rozšířenou nejistotou s koeficientem rozšíření  $k_r=2$

$$R_{X_1} = \frac{U_{X_2}}{I_2} = \frac{14,48}{0,101} \text{ m}\Omega = (144,20\pm1,26) \text{ m}\Omega$$

#### 15.3. Závěr

#### 15.3.1. Sériová srovnávací metoda

Pro odpor tyče zjištěný srovnávací metodou byla změřena hodnota  $R_X = (2,8493 \pm 0,080) \text{ m}\Omega$ . Pro vyloučení vlivu termoelektrických napětí bylo provedeno měření pro obě polarity zdroje proudu, které kvůli nestálosti zdroje bylo změřeno dvakrát.

#### 15.3.2. Měření malého odporu s pomocí převodníku $R \rightarrow U$

Při měření odporu touto metodou byla použita čtyřsvorková metoda a dvousvorková metoda. Dvousvorkovou metodou je zjištěná hodnota odporu  $R_{X_2} = (144,20 \pm 1,26) \text{ m}\Omega$  a na čtyřsvorkovou metodou  $R_{X_1} = (112,44 \pm 1,00) \text{ m}\Omega$ . Tak značný rozdíl v obou měřeních způsobil vliv termoelektrických napětí vzniklých na potenciálních svorkách, který se přičítá v případě napětí  $U_{X_2}$ . Chyba dvousvorkové metody  $\delta_{met}$  je

$$\delta_{met} = \frac{U_{X_2} - U_{X_1}}{U_{X_1}} 100\% = \frac{14,48 - 11,37}{11,37} 100 = 27\%.$$

# 16. Číslicový měřič impedancí a admitancí

#### 16.1. Teoretický rozbor

Pro měření reálné a imaginární složky výstupního napětí  $U_2$  využíváme řízený usměrňovač. Jako referenční napětí pro řízení přepínače použijeme při měření reálné složky napájecí napětí  $U_1$  tvarované komparátorem.

Při měření imaginární složky použijeme pro řízení usměrňovače napětí z TTL výstupu napájecího generátoru, které je o 90° posunuto proti napětí zvýstupu harmonického signálu.

Řízený usměrňovač se chová při měření reálné složky napětí jako násobička posunutého průběhu  $u_2(t)$  obdélníkem 1:1 samplitudou +1 a -1, který je ve fázi snapájecím napětím  $u_1(t)$ . Střední hodnota napětí  $U'_{2S}$  je vtomto případě úměrná reálné složce výstupního napětí. Pro impedanci induktivního charakteru vychází:

$$U_{2S}' = \frac{1}{\frac{T}{2}} \int_0^{\frac{T}{2}} U_{2m} \sin(\omega t - \varphi) \, \mathrm{d}t = \frac{U_{2m}}{\pi} \left[ -\cos(\omega t - \varphi) \right]_0^{\pi} = 2 \frac{U_{2m}}{\pi} \cos\varphi = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} U_{2_{ef}} \cos\varphi = \Re \hat{U}_2$$

#### 16.1.1. Měření impedancí

Pro zapojení převodníku pro měření impedance cívky platí

$$\begin{split} \hat{I}_{RN} &= \hat{I}_{ZX}, \quad \frac{U_1}{R_N} = -\frac{U_2}{R_X + j\omega L_X} \Rightarrow R_X + j\omega L_X = -\frac{R_N}{U_1} (\Re \hat{U}_2 + j\Im \hat{U}_2) \\ R_X &= -\frac{R_N}{U_1} \Re \hat{U}_2, \qquad L_X = -\frac{R_N}{\omega U_1} \Im \hat{U}_2 \end{split}$$

# 16.1.2. Měření admitancí

Pro zapojení převodníku pro měření admitance kondenzátoru platí

$$\begin{split} \hat{I}_{YX} &= \hat{I}_{RN}, \quad U_1(G_X + \mathbf{j}\omega C_X) = -\frac{U_2}{R_N} \Rightarrow G_X + \mathbf{j}\omega C_X = \frac{\Re \hat{U}_2 + +\mathbf{j}\Im \hat{U}_2}{U_1 R_N} \\ G_X &= -\frac{1}{U_1 R_N} \Re \hat{U}_2, \qquad C_X = -\frac{1}{\omega U_1 R_N} \Im \hat{U}_2 \end{split}$$

#### 16.2. Naměřené a vypočtené hodnoty

## 16.2.1. Měření na cívce

f [Hz]	$R_N \ [\Omega]$	$U_1 \; [\mathrm{mV}]$	$\Re \hat{U}_2 [\mathrm{mV}]$	$\Im \hat{U}_2  [\mathrm{mV}]$	$L_X$ [H]	$R_X \ [\Omega]$
159,2	100	$994,\!03$	$-74,\!18$	$-954,\!8$	$95,\!84\cdot 10^{-3}$	$7,\!46$
1592	1000	$995,\!94$	-88,70	$-919,\!0$	$92,\!25\cdot 10^{-3}$	89,06

Příklad výpočtu pro f = 159,2 Hz

$$R_X = -\frac{R_N}{U_1} \Re \hat{U}_2 = -\frac{100}{994,03} (-74,18 \cdot 10^{-3}) \ \Omega = 7,46 \ \Omega$$
$$L_X = -\frac{R_N}{\omega U_1} \Im \hat{U}_2 = -\frac{100}{2\pi \cdot 159,2 \cdot 994,03} (-954,8 \cdot 10^{-3}) \ \mathrm{H} = 95,84 \ \mathrm{mH}$$

#### Výpočet modulu a fáze pro L a pro f=1592~Hz

• Modul  $|\hat{U}_2|$ 

$$|\hat{U}_2| = \sqrt{(\Re\hat{U}_2)^2 + (\Im\hat{U}_2)^2} = \sqrt{(-88,70)^2 + (-919,0)^2} \text{ mV} = 923,32 \text{ mV}$$

• Fáze  $\varphi_{\hat{U}_2}$ 

$$\varphi_{\hat{U}_2} = \operatorname{arctg} \frac{\Im \hat{U}_2}{\Re \hat{U}_2} = \operatorname{arctg} \frac{-919.0}{-88.70} = 84^{\circ}29'13.22'' = 1.4746 \text{ rad}$$

16.2.2. Měření na kondenzátoru

f [Hz]	$R_N \ [\Omega]$	$U_1  [\mathrm{mV}]$	$\Re \hat{U}_2 [\mathrm{mV}]$	$\Im \hat{U}_2 \ [mV]$	$C_X$ [nF]	$G_X \ [\mu S]$
159,2	1000	1013,7	-2,04	-466,4	$466,\!27$	$2,\!37$
1592	100	$1017,\! 6$	$-22,\!37$	-466,0	$465,\!87$	$21,\!98$

Příklad výpočtu pro f = 159,2 Hz

$$G_X = -\frac{1}{U_1 R_N} \Re \hat{U}_2 = -\frac{1}{1,0137 \cdot 1000} (-2,04 \cdot 10^{-3}) \text{ S} = 2,37 \cdot 10^{-6} \text{ S}$$

$$C_X = -\frac{1}{\omega U_1 R_N} \Im \hat{U}_2 = -\frac{1}{2\pi \cdot 159, 2 \cdot 1013, 7 \cdot 1000} (-466, 4 \cdot 10^{-3}) \text{ F} = 466, 27 \cdot 10^{-9} \text{ F}$$

# 16.3. Závěr

Zprůměrováním hodnot vychází

- indukčnost cívky  $L_X = 94,05 \text{ mH}$
- kapacita kondenzátoru $C_X=466{,}07~\mathrm{nF}$

Hodnota odporu  $R_X$  a konduktance  $G_X$  součástek se vlivem změny kmitočtu, také měnila. Zvýšení kmitočtu v obou případech způsobilo nárust hodnot těchto ztrátových vlastností, způsobuje to jev zvaný *skinefekt*, při kterém se vzrůstajícím kmitočtem dochází ve vodiči k tomu, že náboj není veden celým průřezem, ale jen na povrchu.

# 17. Transformátorový můstek

# 17.1. Teoretický rozbor

V transformátorovém můstku zapojeném dle schématu na obr. A je jako neznámá impedance  $C_X$ ,  $R_X$  zapojen kapacitní snímač výšky hladiny.

Pro můstek ve vyváženém stavu platí  $I_1 = I_2$ ,

$$\frac{\widehat{U}_1(1-n)}{R_X + \frac{1}{j\omega C_X}} = \frac{\widehat{U}_1 n}{R_D + \frac{1}{j\omega C_N}} \Rightarrow R_X + \frac{1}{j\omega C_X} = \frac{1-n}{n} \left( R_D + \frac{1}{j\omega C_N} \right).$$

Pro seriové náhradní schéma měřeného kondenzátoru platí

$$C_X = \frac{n}{1-n}C_N, \quad R_X = \frac{1-n}{n}R_D.$$

Pro ztrátový činitel kondenzátoru platí

$$\operatorname{tg} \delta_X = \omega R_X C_X = \omega R_D C_N$$

V předchozích vztazích je

- $\widehat{U}_1$  napájecí napětí indukčního děliče,
- n hodnota odečtená na přepínačích indukčního děliče,
- $C_X$ ,  $R_X$  prvky sériového náhradního schématu měřeného kapacitního snímače
- $C_N$  hodnota kapacity kapacitního etalonu,
- R<sub>D</sub> velikost odporu dekády ve vyváženém stavu můstku.

#### 17.1.1. Vliv stínění

Vliv připojení stínění zjistíme podle náhradního schématu na obr. 17.3 v skriptu Elektrická měření – Laboratorní cvičení.

V případě, že stínění připojíme do bodu A, je kapacita  $C_{10}$  připojena paralelně k indukčnímu děliči (který se chová jako zdroj napětí s nulovým výstupním odporem) a tudíž se neuplatní; na kapacitě  $C_{20}$  bude ve vyváženém stavu nulové napětí, proto se také neuplatní.

V případě, že stínění je připojeno k bodu B, je kapacita  $C_{20}$  zkratována a kapacita  $C_{10}$  se přičte ke kapacitě  $C_{12}$  (jsou řazeny paralelně). V tomto případě měříme kapacitu  $C_{10} + C_{12}$  a navíc je neuzemněná svorka vstupu indikátoru vyvážení spojena se stíněním, což má negativní vliv na velikost rušivých napětí a může případně i znemožnit vyvážení můstku.

Spojíme-li stínění s bodem C, je kapacita  $C_{10}$  zkratována,  $C_{20}$  je paralelně k  $C_{12}$ , měříme tedy  $C_{20} + C_{12}$ . Ke stínění je připojeno napětí zdroje zmenšené (n - l)-krát.

V případě, že stínící kryt není propojen se žádným bodem můstku, závisí naměřená hodnota kapacity na velikosti okamžité kapacity mezi stměním a zemí a podmínky pro měření nejsou definovány.

Hladina	Poloha	n	$R_D$	$C_X$	$R_X$	$\operatorname{tg} \delta_X$
[ml]	$\operatorname{stin\check{e}ni}$	[-]	$[\Omega]$	[pF]	$[\Omega]$	[-]
0	А	0,1470	9500	137,74	55126	0,0168
150	А	0,2072	6000	$208,\!89$	22958	0,0106
300	А	0,4000	4000	$532,\!84$	6000	0,0071
450	А	0,5000	2890	$799,\!27$	2890	$0,\!0051$
450	В	$0,\!5834$	2660	$1119,\!28$	1899	0,0047
450	$\mathbf{C}$	$0,\!4960$	3200	$786,\!58$	3252	0,0057
450		$0,\!4965$	3290	786, 16	3336	0,0058

17.2. Naměřené a vypočtené hodnoty

• Kmitočet

$$f = 3,52 \text{ kHz}$$

• Kapacitní etalon

$$C_N = 799,27 \text{ pF}$$





# 17.4. Závěr

Zvyšováním hladiny v přípravku rostla hodnota kapacity  $C_X$  a klesala hodnota odporu  $R_X$ .

Při propojení stínění s bodem A je měřená kapacita  $C_X$  nejpřesnější, protože vliv kapacity stínění se neprojeví. Při propojení stínění s bodem B došlo k výraznému zvětšení měřené kapacity o asi 40 %, jelikož se přičetla kapacita stínění, v tomto bodě bylo navíc problematické vyvážení můstku. Při zapojení do bodu C se vliv kapacity stínění tolik neprojevil, ačkoliv bylo očekáváno její zvetšení v důsledku připočítání parazitní kapacity stínění, byla výsledná hodnota o něco málo menší.

Největší problémy v tomto měření způsobovalo přesné nastavování vyvážení můstku a jeho kontrola na osciloskopu, kde byl obraz značně zkreslen rušením síťového kmitočtu 50 Hz.

# 18. Měření rozptylového magnetického pole transformátoru

# 18.1. Teoretický rozbor

V oblasti tónových kmitočtů se intenzita magnetického pole nebo magnetická indukce ve vzduchu měří nejsnáze pomocí cívky bez feromagnetického jádra. Jedná-li se o periodické průběhy s jedním průchodem nulou během periody, lze magnetickou indukci vypočítat ze vztahu

$$B_m = \frac{U_s}{4fSN}$$

kde

- $B_m$  maximální hodnota složky měřené indukce B(t) kolmé k ploše S měřicí cívky [T]
- $U_s$  aritmetická střední hodnota napětí U(t) (po dvoucestném usměrnění) indukovaného v měřicí cívce [V]
- f kmitočet základní harmonické měřeného napětí [Hz]
- N počet závitů měřicí cívky
- S plocha průřezu měřicí cívky  $[m^2]$

V případě, že  $B_m$  má harmonický průběh, lze velikost  $B_m$  určit z efektivní hodnoty  $U_e f$  indukovaného napětí podle vztahu

$$B_m = \frac{U_s}{4,44fSN}$$

Maximální hodnotu intenzity magnetického pole ${\cal H}_m$ vypočítáme ze vztahu

$$H_m = \frac{B_m}{\mu_0}$$

## 18.2. Naměřené a vypočtené hodnoty

- Odpor měřící cívky  $R_s = 3.6 \text{ k}\Omega$
- Rezonanční kmitočet  $f_r = 3,95$  kHz
- Impedance měřící cívky při kmitočtu f = 365 Hz, zjištěna Ohmovou metodou z napětí U = 1,43 V a proudu I = 0,34 mA:

$$Z_m = \frac{U_m}{I_m} = \frac{1.43}{0.34 \cdot 10^{-3}} \ \Omega \doteq 4206 \ \Omega$$

• Indukčnost měřící cívky:

$$L_s = \frac{1}{\omega}\sqrt{Z_m^2 - R_s^2} = \frac{1}{2\pi \cdot 365}\sqrt{4206^2 - 3600^2} \doteq 0,948 \text{ H}$$

• Parazitní kapacita závitů cívek určená z $f_r\colon$ 

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_sC_p}} \Rightarrow C_p = \frac{1}{4\pi^2 f_r^2 L_s} = \frac{1}{4\pi^2 \cdot 3950^2 \cdot 0.948} \ \mathbf{F} = 5.38 \ \mathbf{nF}$$

• Konstanta měřící cívky  $K_{CH}$ . Zjištěná z proudu procházejícího Helmholtzovou cívkou  $I_{ef} = 1$  A, napětí indukovaném na měřící cívce  $U_{ef} = 0,261$  a známé konstanty Helmholtzovy cívky je  $K_{HC} = 384,61$  m<sup>-1</sup>:

$$K_{CH} = \frac{H_{max}}{U_{ef}} = \frac{\sqrt{2}I_{ef}K_{HC}}{U_{ef}} = \frac{\sqrt{2}\cdot 1\cdot 384,61}{0,261} \text{ A} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{V}^{-1} \doteq 2084 \text{ A} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{V}^{-1}$$

x	$U_{ef}$	$H_x$	$m_{C_x}$	y	$U_{ef}$	$H_y$	$m_{C_y}$	$H_x/H_y$
[cm]	[mV]	$[{\rm A} \cdot {\rm m}^{-1}]$	$[Wb \cdot m]$	[cm]	[mV]	$[A \cdot m^{-1}]$	$[Wb \cdot m]$	[—]
10	190,0	$395,\!96$	$3,\!13\cdot10^{-6}$	10	152,0	316,77	$5,02 \cdot 10^{-6}$	1,25
15	69,0	143,80	$3{,}84\cdot10^{-6}$	15	$45,\!0$	93,78	$5,01 \cdot 10^{-6}$	1,53
20	$_{30,0}$	$62,\!52$	$3,96\cdot10^{-6}$	20	$19,\!0$	39,60	$5,02 \cdot 10^{-6}$	1,58
25	$16,\! 0$	$33,\!34$	$4{,}12\cdot10^{-6}$	25	$^{9,6}$	20,01	$4,95 \cdot 10^{-6}$	1,67
30	$_{9,3}$	$19,\!38$	$4{,}14\cdot10^{-6}$	30	$^{5,6}$	11,67	$4,99 \cdot 10^{-6}$	1,66
35	6,0	$12,\!50$	$4,\!24 \cdot 10^{-6}$	35	$^{3,6}$	7,50	$5,\!09\cdot 10^{-6}$	1,67
40	4,0	8,34	$4{,}22\cdot10^{-6}$	40	$^{2,6}$	5,42	$5,\!49\cdot 10^{-6}$	1,54
45	$^{2,8}$	$5,\!84$	$4{,}21\cdot10^{-6}$	45	$^{2,0}$	4,17	$6,01 \cdot 10^{-6}$	1,40
50	$^{2,0}$	4,17	$4{,}12\cdot10^{-6}$	50	$1,\!6$	3,33	$6,\!60\cdot 10^{-6}$	1,25
55	$^{1,5}$	$3,\!13$	$4,12 \cdot 10^{-6}$	55	$1,\!3$	2,71	$7,14 \cdot 10^{-6}$	1,15

#### 18.2.1. Příklad výpočtu pro vzdálenost 10 cm

• Intenzita magnetického pole ${\cal H}_x$ 

$$H_x = K_{CH}U_e f = 2084 \cdot 190, 0 \cdot 10^{-3} \text{ A} \cdot \text{m}^{-1} = 395,96 \text{ A} \cdot \text{m}^{-1}$$

- Coulombův magnetický moment $m_{Cx}$ 

$$m_{C_x} = 2\pi H_x \mu_0 x^3 = 2\pi \cdot 395,96 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 0,1 \cdot 10^3 \text{ Wb} \cdot \text{m} = 3,13 \cdot 10^{-6} \text{ Wb} \cdot \text{m}$$

• Coulombův magnetický moment  $m_{C_y}$ 

$$m_{C_y} = 4\pi H_y \mu_0 y^3 = 4\pi \cdot 316,77 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 0,1 \cdot 10^3 \text{ Wb} \cdot \text{m} = 5,02 \cdot 10^{-6} \text{ Wb} \cdot \text{m}$$

# 18.3. Závěr

Měřením byly určeny následující parametry měřící cívky:

- Konstanta  $K_{CH} = 2084 \text{ A} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{V}^{-1}$
- Vlastní úhlový rezonanční kmitoče<br/>t $\omega_r=24.8~{\rm kHz}\cdot{\rm rad}~(f_r=3.95~{\rm kHz})$
- Indukčnost $L_s=0,948~{\rm H}$
- Parazitní kapacita mezi závity $C_p=5,38~\mathrm{nF}$

Porovnáním Coulombových magnetických momentů pro osy x a y je vidět, že ve vzdálenosti 20 až 40 cm platí  $m_{Cx} \approx m_{Cy}$ , takže charakter měřené pole je blízký charakteru dipólového pole. Pro dané intenzity dipólového pole by mělo platit, že  $H_x/H_y = 2$ , což výsledky měření kvůli malé přesnosti splňují pouze přibližně.

# 19. Měřeni amplitudové permeability

# 19.1. Teoretický rozbor

Pro intenzitu magnetického pole uvnitř prstencového vzorku platí vztah

$$H(t) = \frac{N_1}{l_s} i_1(t).$$

Z Faradayova indukčního zákona odvodíme

$$u_i(t) = N_2 \frac{\mathrm{d}\Phi(t)}{\mathrm{d}t} = N_2 S_{Fe} \frac{\mathrm{d}B(t)}{\mathrm{d}t}$$

a pro okamžitou hodnotu magnetické indukce B(t) platí

$$B(t) = \frac{1}{N_2 S_{Fe}} \int_0^t u_i(t) \,\mathrm{d}t.$$

Požadovaného sinusového průběhu indukce B(t) se dosahuje tzv. *napěťovým magnetováním*, tj. buzením vzorku ze zdroje sinusového napětí.

Kvalitu sinusového průběhu B(t) lze posuzovat buď porovnáváním efektivní hodnoty a aritmetické střední hodnoty indukovaného (sekundárního) napětí  $u_i(t)$ , jejichž poměr by podle standardu IEC měl být  $1,11\pm1\%$ , nebo pohodlněji sledováním průběhu na osciloskopu (norma předepisuje současné použití obou metod).

Amplitudová permeabilita je definována z poměru amplitud (tj. maximálních hodnot) veličin B a H podle vztahu

$$\mu_a = \frac{B_m}{\mu_0 H_m}$$
 (-; T,H · m<sup>-1</sup>,A · m<sup>-1</sup>)

kde  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}.$ 

Po integraci dostaneme pro maximální hodnotu magnetické indukce vztah

$$B_m = \frac{U_2}{4,44fN_2S_{Fe}}$$

# 19.2. Naměřené a vypočtené hodnoty

- Parametry vzorku
  - Počet závitů magnetizačního vynutí  $N_1 = 100$
  - Počet závitů snímacího vynutí $N_2=100$
  - Rozměry:  $D_1 = 70 \text{ mm}, D_2 = 40 \text{ mm}, v = 20 \text{ mm}$
  - Průřez vzorku  $S_{Fe}$

$$S_{Fe} = \frac{1}{2}(D_1 - D_2)v = \frac{1}{2} \cdot 0.03 \cdot 0.02 = 3 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

• Stanovení magnetických parametrů hysterezní smyčky pro indukci B = 1,1 T

- Kmitočet f = 50 Hz

-Napětí $U_2$ 

$$U_2 = 4,44 f N_2 S_{Fe} B_m = 4,44 \cdot 50 \cdot 100 \cdot 3 \cdot 10^{-4} \cdot 1,1 = 7,326 \text{ V}$$

- Indukce  $B_m=1,1~{\rm T}$ se na obrazovce osciloskopu zobrazila jako $U_{B_m}=181,9~{\rm mV}.$
- Remanence pro $U_{B_r}=161,2~{\rm mV}$

$$B_r = \frac{U_{B_r}}{U_{B_m}} B_m = \frac{161.2}{181.9} 1,\!105 = 0.97 \text{ T}$$

– Maximální intenzita  $I_{H_m}=112,3$ m<br/>A (na osciloskopu zobrazeno jako úbytek napětí na odpor<br/>u $R_N=1$ Ω)

$$H_m = \frac{N_1 2 I_{H_m}}{\pi (D_1 + D_2)} = \frac{100 \cdot 2 \cdot 112, 3 \cdot 10^{-3}}{\pi (0,07 + 0,04)} = 64,99 \text{ A} \cdot \text{m}^{-1}$$

– Koercivita $I_{H_c}=45{,}75~{\rm mA}$ 

$$H_c = \frac{I_{H_c}}{I_{H_m}} H_m = \frac{45,75}{112,3} 64,99 \text{ A} \cdot \text{m}^{-1}27,47 \text{ A} \cdot \text{m}^{-1}$$

# 19.2.1. Tabulka hodnot

$B_m$	$U_2$	$I_{PP}$	$H_m$	$\mu_a$
[T]	[V]	[mA]	$[{\rm A} \cdot {\rm m}^{-1}]$	[—]
0,10	$0,\!663$	$40,\!6$	11,75	$6739,\!57$
$0,\!50$	$3,\!334$	80,0	$23,\!15$	$17208,\!15$
0,70	$4,\!658$	$98,\!8$	$28,\!58$	$19476,\!95$
0,80	$5,\!320$	$111,\!9$	$32,\!38$	19630,89
0,90	$5,\!996$	$131,\!9$	$38,\!17$	18770,48
1,00	$6,\!660$	$162,\!5$	$47,\!02$	16923,08
$1,\!10$	$7,\!317$	$212,\!5$	$61,\!49$	14217,81

# 19.2.2. Příklad výpočtu pro $\mathbf{B_m}=\mathbf{1,}10~\text{T}$

• Maximální intenzita  $H_m$ 

$$H_m = \frac{N_1 I_{PP}}{\pi (D_1 + D_2)} = \frac{100 \cdot 212.5 \cdot 10^{-3}}{\pi (0.07 + 0.04)} = 61.49 \text{ A} \cdot \text{m}^{-1}$$

• Permeabilita $\mu_a$ 

$$\mu_a = \frac{B_m}{\mu_0 H_m} = \frac{1,10}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 61,49} = 14217,81$$



# 19.3. Závislost permeability na mag. indukci

# 19.4. Závěr

Závislost permeability  $\mu_a$  vzorku na maximální velikosti magnetické indukce  $B_m$  ukazuje, že průběh je nelineární s maximem mezi 0,7 a 0,8 T.

Pro zobrazení dynamické hysterezní smyčky byla v integračním RC článku nejlepší volba rezistor o velikosti  $R = 120 \text{ k}\Omega$ . Pro menší odpor  $R = 40 \text{ k}\Omega$  je příliš malá časová konstanta a není splněna podmínka  $\omega RC \gg 1$  a smyčka se zobrazí deformovaně. Při použití většího odporu  $R = 350 \text{ k}\Omega$  byla amplituda výstupního napětí příliš malá pro kvalitní zobrazení na osciloskopu.

# 20. Měření statické hysterezní smyčky uzavřeného vzorku

# 20.1. Teoretický rozbor

Před měřením je nejprve nutno pečlivě vykompenzovat vliv rušivých napětí ve vstupním obvodu integrátoru. To se provede několik minut po jeho zapnutí a ustálení při připojeném měřicím vinutí  $N_2$  a rozpojeném magnetovacím obvodu [i(t) = 0]. Při správné kompenzaci se napětí na výstupu integrátoru nesmí v čase měnit. Nejlépe lze kompenzaci provést při nulovém výstupním napětí, kdy lze nastavit maximální citlivost výstupního voltmetru. Kompenzace se provede pomocí regulačních prvků na předním panelu webermetru. Nesprávně provedená kompenzace se projeví na grafickém záznamu neuzavřením nebo předčasným uzavřením hysterezní smyčky.

Při měření je vzorek magnetován proudem i(t), jehož časový průběh je řízen buď ručně, nebo automaticky a mění se v rozsahu  $+I_m$  až  $-I_m$ . Při automatickém řízení je nastavena maximální hodnota magnetovacího proudu, rychlost nárůstu a změna polarity přímo na zdroji, při ručním řízení se  $I_m$  nastaví pomocí ampérmetru A a změna velikosti a polarity se provádí ručně.

Před záznamem hysterezní smyčky je nutno bez zápisu nastavit polohu pisátka zapisovače tak, aby smyčka ležela uprostřed kreslicí plochy. Po nakreslení hysterezní smyčky se pomocí posuvů pisátka nakreslí směr alespoň jedné osy. Tím je záznam ukončen. Dále doplníme osovou soustavu symetricky vzhledem k nakreslené smyčce. Polohu osy x dostaneme rozpůlením vertikálního rozměru smyčky. Pro maximální hodnotu intenzity magnetického pole  $H_m$  bude platit vztah

$$H_m = \frac{N_1 I_m}{l_s} = \frac{N_1 X(H_m) k_{ZX}}{R_N l_s}$$

kde

- $N_1$  je počet magnetovacích závitů,
- $I_m$  je maximální hodnota magnetovacího proudu [A],
- $l_s$  je délka střední siločáry toroidu [m], pro  $\frac{d_1}{d_2} < 1,3$  platí  $l_s = \pi \frac{d_1 + d_2}{2}$
- $d_1, d_2$  je vnější, resp. vnitřní průměr toroidu [m],
- $X(H_m)$  je x-ová souřadnice vrcholu hysterezní smyčky [cm],
- $k_{ZX}$  je konstanta souřadnicového zapisovače v ose x [V/cm],
- $R_N$  je odpor snímacího rezistoru  $[\Omega]$ .

Protože vzorek není před měřením odmagnetován a z velikosti výstupního napětí integrátoru nelze přímo počítat velikost magnetické indukce vzorku  $B_m$  (u integrátoru odpovídá změně výstupního napětí  $\Delta U_2$  změna indukce  $\Delta B$ ), je nutno hodnotu  $B_m$  určit z grafického záznamu. Změna výstupního napětí odpovídající  $B_m$  se určí pomocí vztahu

$$\Delta U_2(B_m) = k_{ZY}Y(B_m)$$

kde  $k_{ZY}$  je konstanta zapisovače v ose y [V/cm] a  $Y(B_m)$  je y-ová souřadnice vrcholu hysterezní smyčky [cm].

Pro maximální hodnotu magnetické indukce  ${\cal B}_m$  pak platí vztah

$$B_m = \frac{k_I \Delta U_2(B_m)}{N_2 S_{Fe}} = \frac{k_I k_{ZY} Y(B_m)}{N_2 S_{Fe}}$$

kde

- $k_I$  je konstanta integračního zesilovače [Vs/V],
- $S_{Fe} = \frac{d_1 d_2}{2} v$  je průřez vzorku [m<sup>2</sup>],
- v je výška vzorku [m],
- $N_2$  je počet závitů snímacího vinutí [–].

Koercitivita  $H_c$  a remanence  $B_r$  se vypočítají ze předchozích vztahů po dosazení souřadnic  $X(H_c)$  a  $Y(B_r)$ . Nakonec doplníme měřítka os.

## 20.2. Naměřené a vypočtené hodnoty



- Parametry vzorku
  - Materiál permalloy PY 50
  - Počet závitů magnetizačního vynutí  $N_1=35$
  - Počet závitů snímacího vynutí $N_2=180\,$
  - Rozměry:  $D_1=63~\mathrm{mm},\,D_2=50~\mathrm{mm},\,v=20~\mathrm{mm}$
  - Průřez vzorku  $S_{Fe}$

$$S_{Fe} = \frac{1}{2}(D_1 - D_2)v = \frac{1}{2} \cdot 0,013 \cdot 0,020 \text{ m}^2 = 1,3 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

– Délka střední siločáry toroidu $l_s$ 

$$l_s = \pi \frac{D_1 + D_2}{2} = \pi \frac{0.063 + 0.050}{2} \text{ m} = 0.1775 \text{ m}$$

- Konstanty zapisovače  $k_{ZX}=k_{ZY}=50~{\rm V\cdot cm^{-1}}$
- Maximálmí hodnota magnetovacího proudu $I_m=500~{\rm mA}$
- Odpor snímacího rezistoru  $R_N = 1 \ \Omega$
- Konstanta webermetru  $k_I = 10^{-1} \text{ Wb} \cdot \text{V}^{-1}$
- Maximální hodnota intenzity magnetického pole  $H_m$  pro  $X(H_m) = 10,84$  cm

$$H_m = \frac{N_1 X(H_m) k_{ZX}}{R_N l_s} = \frac{35 \cdot 10,84 \cdot 0,050}{1 \cdot 0,1775} \text{ A} \cdot \text{m}^{-1} = 106,87 \text{ A} \cdot \text{m}^{-1}$$

• Maximální hodnota magnetické indukce  $B_m$  pro  $Y(B_m) = 5,10$  cm

$$B_m = \frac{k_I k_{ZY} Y(B_m)}{N_2 S_{Fe}} = \frac{10^{-1} \cdot 5,10 \cdot 0,050}{180 \cdot 1,3 \cdot 10^{-4}} \text{ T} = 1,09 \text{ T}$$

• Koercivita pro  $X(H_c) = 1,35 \ cm$ 

$$H_c = \frac{X(H_c)}{X(H_m)} H_m = \frac{1,35}{10,84} 106,87 \text{ A} \cdot \text{m}^{-1} = 13,31 \text{ A} \cdot \text{m}^{-1}$$

• Remanence  $Y(B_r) = 4,20 \ cm$ 

$$B_r = \frac{X(B_r)}{X(B_m)} H_m = \frac{4,20}{5,10} 1,09 \text{ T} = 0,90 \text{ T}$$

# 20.3. Závěr

Na vzorku magnetovaného materiálu byly z hysterezní smyčky určeny následující hodnoty:

- Maximální hodnota intenzity magnetického pole $H_m = 106,87~{\rm A\cdot m^{-1}}$
- Koercivita  $H_c = 13,31 \text{ A} \cdot \text{m}^{-1}$
- Maximální hodnota magnetické indukce  $B_m = 1,09$  T
- Remanence  $B_r = 0.90$  T

Měřítko zapisovače odpovídá os<br/>ex pro intenzitu 1 cm = 9,85 A  $\cdot$  m^{-1} v os<br/>ey pro indukci 1 cm = 0,21 T.

# 21. Číslicový měřící systém se sběrnicí IEEE 488

# 21.1. Teoretický rozbor

Sběrnice IEEE 488 je průmyslový standard. Funkční jednotky jsou připojeny paralelně speciálními dvojitými konektory s 24 vodiči. Na sběrnici která se skládá z 16 aktivních vodičů, z nichž je 8 uzemněno je možno připojit až 15 funkčních jednotek (měřící přístroje, programovatelné zdroje,...), každé z nich je přiřazena pětibitová adresa. Aktivní vodiče jsou rozděleny do tří skupin:

- 1. Datové vodiče určené pro přenos dat, adres a vícevodičových příkazů.
- 2. Vodiče pro řízení asynchronního přenosu dat, signály DAV, NRFD, NDAC.
- 3. Vodiče pro jednovodičové příkazy a zprávy rozhraní, signály ATN, IFC, REN, SQR, EOI.

Maximální rychlost přenosu dat po této sběrnici může dosahovat až 1 MB/s, při maximální celkové délce sběrnice 20 m a vzdálenosti mezi jednotlivými funkčními jednotkami 2 m.

# 21.2. Naměřené a vypočtené hodnoty

$\begin{bmatrix} U & [V] \end{bmatrix}$	$\delta_0$ [%]	$\delta_{0,125} \ [\%]$	$\delta_{0,5}$ [%]	$\delta_2 ~ [\%]$
0,25	$99,\!95$	$90,\!34$	$0,\!12$	$0,\!13$
0,50	$0,\!19$	$0,\!16$	$0,\!16$	$0,\!19$
0,75	$0,\!18$	$0,\!19$	$0,\!19$	$0,\!18$
1,00	$0,\!19$	$0,\!20$	$0,\!20$	0,20
1,25	$3,\!38$	$0,\!21$	$0,\!21$	0,21
1,50	$0,\!19$	$0,\!19$	$0,\!19$	$0,\!19$
1,75	2,76	$0,\!23$	$0,\!23$	$0,\!17$
2,00	$1,\!29$	$0,\!22$	$0,\!22$	$0,\!22$
2,25	$2,\!31$	$0,\!19$	$0,\!19$	$0,\!19$
2,50	0,88	$0,\!21$	$0,\!21$	0,21
2,75	$1,\!25$	$0,\!20$	$0,\!20$	0,20
3,00	0,21	$0,\!21$	$0,\!21$	0,21
3,25	$0,\!65$	$0,\!20$	$0,\!20$	0,20
3,50	$0,\!62$	$0,\!21$	$0,\!21$	0,21
3,75	$1,\!34$	$0,\!20$	$0,\!20$	0,20
4,00	$1,\!04$	$0,\!21$	$0,\!21$	0,21
4,25	0,77	$0,\!22$	$0,\!20$	0,20
4,50	0,61	$0,\!21$	$0,\!20$	0,21
4,75	0,78	$0,\!20$	$0,\!20$	0,20
5,00	0,33	$0,\!20$	$0,\!20$	0,20

# 21.2.1. Relativní odchylka

• Absolutní odchylka <br/>  $\Delta_f,\,U$ – měřené napětí, f– hodnota kmitočtu z převodník<br/>u $U/f,\,K=10\,{\rm kHz}\,/\,1\,{\rm V}$ – převodní konstanta:

$$\Delta_f = \left| U - \frac{f}{K} \right|$$

• Relativní odchylka $\delta_f$ :

$$\delta = \frac{\Delta_f}{U} 100 \%$$



# 21.3. Vliv zpoždění na výsledcích měření

# 21.4. Skutečná převodní konstanta

- Měřené napětí  $U_1=5{,}0022~{\rm V}$
- Kmitočet na převodníku  $U/f,\,f=49920,0~{\rm Hz}$
- Reálná převodní konstanta $K^{\prime}$

$$K' = \frac{f}{U} = \frac{49920,0}{5,0022} \doteq 9978 \text{ Hz/V}$$

• Odchylka  $\delta_K$ od skutečné převodní konstanty $K=10000~{\rm Hz/V}$ 

$$\delta_K = \frac{K - K'}{K} 100 = \frac{10000 - 9978}{10000} 100\% = 0.22\%$$



# 21.5. Závistost absolutní odchylky převodníku U/f

## 21.6. Závěr

#### 21.6.1. Změřené parametry převodníku

Přesnost převodu napětí/frekvence rostla s nastavením delší prodlevy měření. Nejmenší přesnost byla zjištěna při délce prodlevy 0 s. Při delší prodlevě 125 ms byla velkou chybou zatížena jenom první měřená hodnota a ostatní data již měla stejnou odchylku jako v případě delších prodlev 0,5 s a 2 s. Pro tato měření byla zjištěna maximální absolutní odchylka převodní charakteristiky  $\Delta_f = 23$  Hz a tomu odpovídá relativní odchylka  $\delta_f = 0,230$  %.

Z naměřených hodnot jsem dále zjistil skutečné parametru převodníku. Při jejich stanovení nebyly zahrnuty zcela nepřesné údaje s ochylkou  $\delta_f$  větší než 90%.

Doba převodu [s]	0	0,125	$0,\!5$	2
Průměrná odchylka [%]	0,998	0,203	$0,\!198$	$0,\!197$
Průměrná převodní konstanta $\left[\mathrm{Hz}/\mathrm{V}\right]$	10091,58	9979,69	$9980,\!26$	9980,33

Rozdíl zjištěné a teoretické převodní konstanty činní přibližně 0,2%, na přesnosti této konstanty závisí i přesnost měření.