

Teorie elektromagnetického pole

Laboratorní úlohy

Martin Bruchanov

31. května 2004

1. Vzájemná induktivní vazba dvou kruhových vzduchových cívek

1.1. Vlastní indukčnost cívky

Naměřené hodnoty

- Napětí na primární cívce $U_1 = 4,423$ V
- Proud tekoucí primární cívkou $I_1 = 90,55$ mA
- Kmitočet napětí U_1 $f = 1000$ Hz
- Indukčnost primární cívky L_1

$$L_1 = \frac{U_1}{I_1 \omega} = \frac{4,423}{90,55 \cdot 10^{-3} \cdot 2\pi \cdot 1000} = 7,77 \text{ mH}$$

1.2. Vzájemná indukčnost obou cívek

Naměřené hodnoty

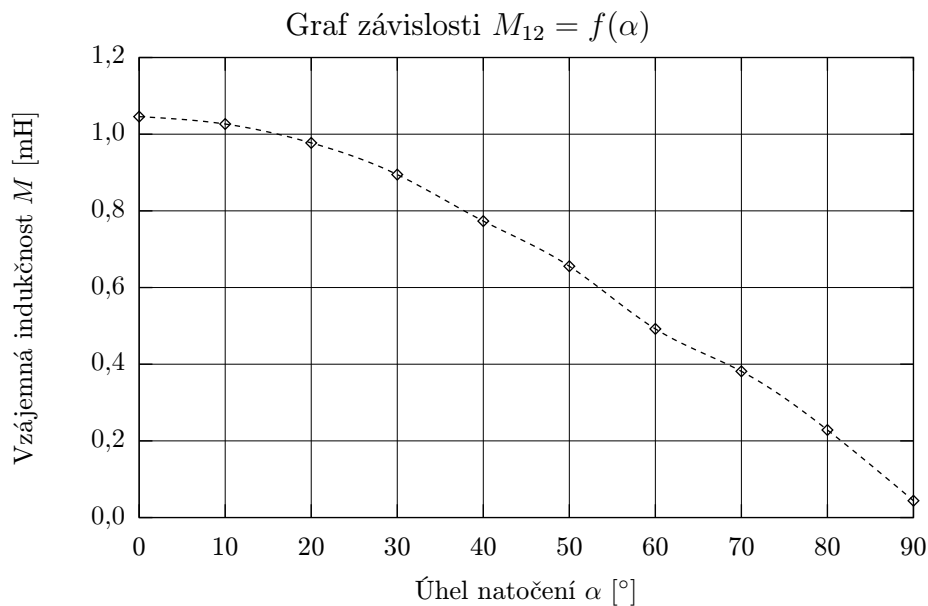
- Napětí indukované na sekundární cívce $U_2 = 0,595$ V
- Vzájemná indukčnost M_{12}

$$M_{12} = \frac{U_2}{I_1 \omega} = \frac{0,595}{90,55 \cdot 10^{-3} \cdot 2\pi \cdot 1000} = 1,05 \text{ mH}$$

1.3. Závislost vzájemné indukčnosti cívek na úhlu natočení mezi primární a sekundární cívkou

Naměřené hodnoty

α [°]	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
U_2 [V]	0,595	0,584	0,556	0,509	0,440	0,373	0,280	0,217	0,130	0,025
M_{12} [mH]	1,046	1,026	0,977	0,895	0,773	0,656	0,492	0,381	0,228	0,044



1.4. Vzájemná indukčnost

1.4.1. Vzájemná indukčnost změřená pomocí můstku

Naměřené hodnoty

- Indukčnost primární cívky $L_1 = 7,71$ mH
- Indukčnost sekundární cívky $L_2 = 6,62$ mH
- Indukčnost obou cívek zapojených v sérii při *souhlasném* směru vynutí $L = L_1 + L_2 + 2M_{12} = 16,45$ mH
- Indukčnost obou cívek zapojených v sérii při *nesouhlasném* směru vynutí $L' = L_1 + L_2 - 2M_{12} = 12,25$ mH
- Výpočet vzájemné indukčnosti M_{12}

$$M_{12} = \frac{L - L'}{4} = \frac{16,45 - 12,25}{4} = 1,05 \text{ mH}$$

1.4.2. Výpočet vzájemné indukčnosti

Vypočet vzájemné indukčnosti mezi cívkami za předpokladu, že magnetické pole je po celé ploše sekundární cívky konstantní a je rovno magnetickému poli uprostřed primární cívky. Primární cívku považujeme při tomto výpočtu za elementární závit (tloušťka a výška cívky je zanedbatelná vůči poloměru cívky).

- Permeabilita vakua $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N} \cdot \text{A}^{-2}$
- Počet závitů primární cívky $N_1 = 100$
- Střední poloměr primární cívky $r_1 = 0,155$ m

- Počet závitů sekundární cívky $N_2 = 160$
- Střední poloměr sekundární cívky $r_2 = 0,0688$ m
- Vzájemná indukčnost M'_{12}

$$M'_{12} = \mu_0 \frac{N_1 N_2}{2r_1} \pi r_2^2 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{100 \cdot 160}{2 \cdot 0,155} \pi \cdot 0,0688^2 = 0,9645 \text{ mH}$$

1.4.3. Srovnání naměřených a vypočítaných hodnot

- Rozdíl mezi hodnotami M_{12} a M'_{12} δ

$$\delta_M = \frac{M_{12} - M'_{12}}{M_{12}} 100 = \frac{1,05 - 0,9645}{1,05} 100 = 8 \%$$

Rozdíl 8 % mezi teoretickou hodnotou, symbolicky vypočítanou díky značnému zjednodušení problému, oproti naměřené hodnotě lze považovat za dobrý.

2. Měření magnetického pole dlouhého solenoidu

2.1. Ocejchování sondy

- Průměr sondy $S = 1,32$ cm²
- Počet závitů $N = 790$
- Indukované napětí $U_i = 24,08$ V
- Proud procházející primární cívkou $I = 0,443$ A
- Měření provedeno uprostřed $x = 68$ cm
- Délka solenoidu $l = 120$ cm
- Počet závitů solenoidu $N_2 = 790$
- Průměr solenoidu $2a = 9$ cm
- Intenzita magnetického pole H v místě x :

$$H_0 = \frac{N_2 I}{h} = \frac{1640 \cdot 0,443}{1,2} = 605,4 \text{ A} \cdot \text{m}^{-1}$$

- Konstanta posuvné sondy K

$$K = \frac{H_0}{U_i} = \frac{605,4 \text{ A} \cdot \text{m}^{-1}}{24,08 \text{ mV}} = 24,91 \text{ A} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{mV}^{-1}$$

2.2. Naměřená data

V následujícím měření bylo použito toto značení:

- x – vzdálenost sondy od okraje solenoidu
- z – vzdálenost sondy od středu vnutí
- U_I – indukované napětí v místě x
- H – intenzita elektromagnetického pole určená pomocí konstanty posuvné sondy $K = 24,91 \text{ A} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{mV}^{-1}$ ze vztahu:

$$H = U_I \cdot K$$

- $H(z)$ – teoretická hodnota intenzity elmag. pole pro měřený případ:

$$H(z) = \frac{NI}{2h} \left(\frac{\frac{h}{2} - z}{\sqrt{a^2 + (\frac{h}{2} - z)^2}} + \frac{\frac{h}{2} + z}{\sqrt{a^2 + (\frac{h}{2} + z)^2}} \right)$$

- δ – odchylka H vztažená k hodnotě H_0 ($z = 0$) naměřené uprostřed solenoidu

$$\delta = \frac{H - H_0}{H_0} 100$$

- $\delta_{H(z)}$ – odchylka naměřené hodnoty H od teoretické hodnoty intenzity $H(z)$

$$\delta_{H(z)} = \frac{H - H(z)}{H(z)} 100$$

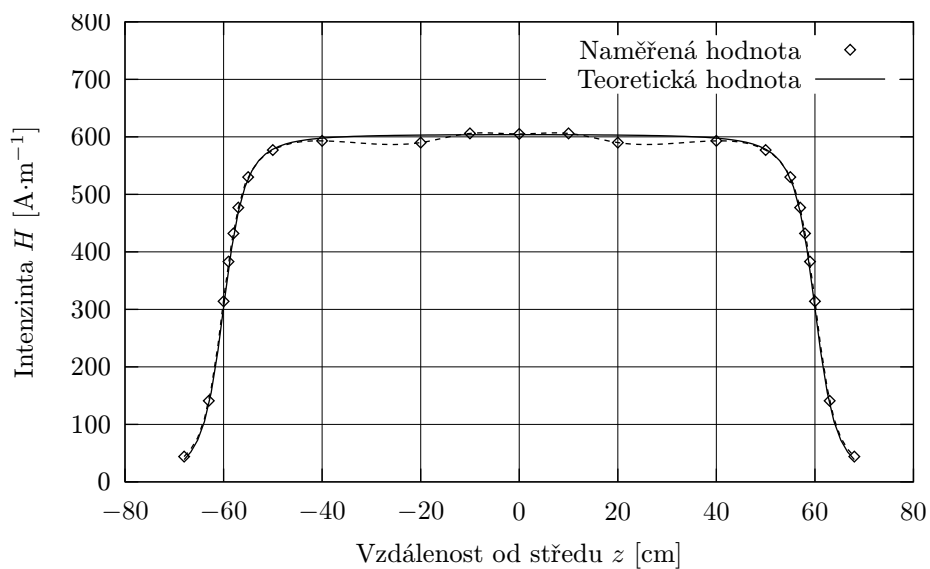
2.2.1. Měření pro délku $h = 120$ cm

- Proud protékající cívkou $I = 0,443$ A
- Indukčnost L zjištěná z intenzity H uprostřed cívky

$$L = \frac{NH}{I} \mu_0 \pi r^2 = \frac{1640 \cdot 605,43}{0,443} \mu_0 \pi \cdot 0,045^2 = 17,92 \text{ mH}$$

- Interval, v němž je intenzita H v dovolené odchylce $\delta \leq 1\%$ od hodnoty uprostřed solenoidu: $0 \leq z \leq 10$ cm

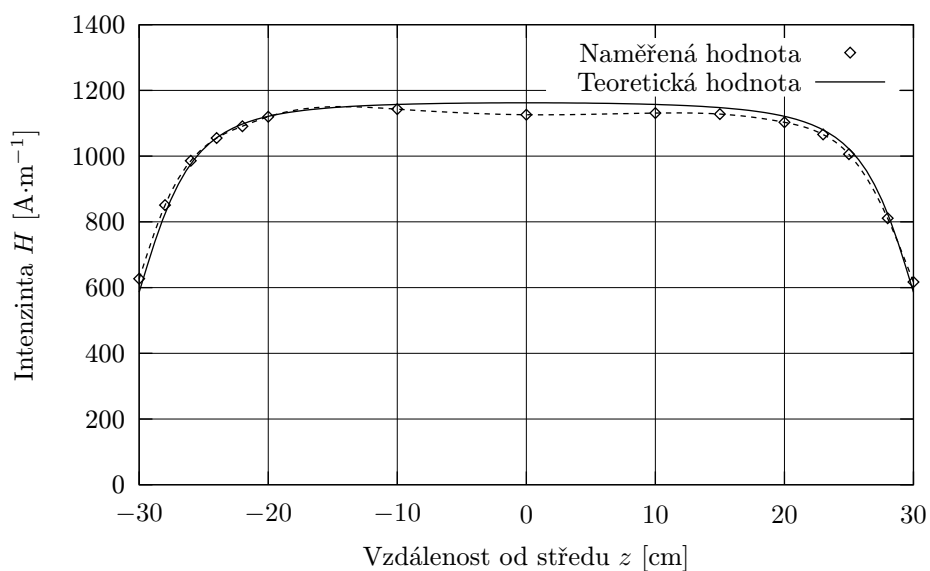
x	z	U_I	H	$H(z)$	δ	$\delta_{H(z)}$
[cm]	[cm]	[mV]	[A · m ⁻¹]	[A · m ⁻¹]	[%]	[%]
68	0	24,08	605,43	603,74	0,00	0,28
58	10	24,11	606,19	603,59	0,12	0,43
48	20	23,48	590,35	603,06	-2,49	-2,11
28	40	23,60	593,36	597,74	-1,99	-0,73
18	50	22,96	577,27	578,52	-4,65	-0,22
13	55	21,10	530,51	527,49	-12,38	0,57
11	57	19,00	477,71	470,41	-21,10	1,55
10	58	17,20	432,45	425,44	-28,57	1,65
9	59	15,27	383,93	368,17	-36,59	4,28
8	60	12,49	314,03	302,50	-48,13	3,81
5	63	5,63	141,55	134,60	-76,62	5,17
0	68	1,75	44,00	38,69	-92,73	13,73



2.2.2. Měření pro délku $h = 60$ cm

- Proud protékající cívkou $I = 0,860$ A
- Indukčnost zjištěná z intenzity H uprostřed cívky $L = 8,59$ mH
- Interval, v němž je intenzita H v dovolené odchylce $\delta \leq 1\%$ od hodnoty uprostřed solenoidu: $0 \leq z \leq 15$ cm

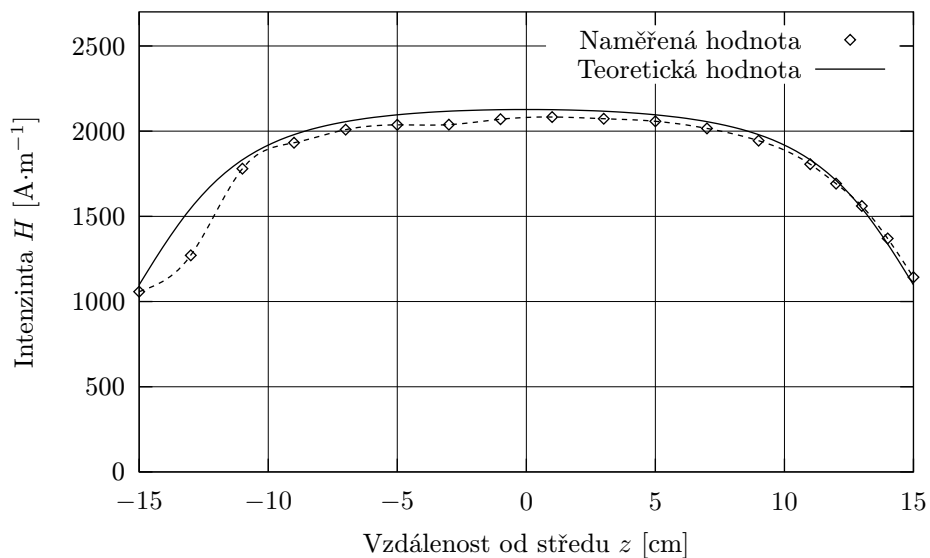
x	z	U_I	H	$H(z)$	δ	$\delta_{H(z)}$
[cm]	[cm]	[mV]	[A · m ⁻¹]	[A · m ⁻¹]	[%]	[%]
68	-30	24,96	627,56	586,02	-44,29	7,09
66	-28	33,87	851,58	824,58	-24,40	3,27
64	-26	39,25	986,85	976,20	-12,39	1,09
62	-24	42,00	1055,99	1055,77	-6,25	0,02
60	-22	43,42	1091,69	1097,67	-3,08	-0,55
58	-20	44,57	1120,60	1121,21	-0,51	-0,05
48	-10	45,50	1143,99	1157,32	1,56	-1,15
38	0	44,80	1126,39	1162,33	0,00	-3,09
28	10	45,00	1131,42	1157,32	0,45	-2,24
23	15	44,88	1128,40	1147,63	0,18	-1,68
18	20	43,90	1103,76	1121,21	-2,01	-1,56
15	23	42,40	1066,05	1079,89	-5,36	-1,28
13	25	40,03	1006,46	1022,52	-10,65	-1,57
10	28	32,27	811,35	824,58	-27,97	-1,60
8	30	24,54	617,00	586,02	-45,22	5,29



2.2.3. Měření pro délku $h = 30$ cm

- Proud protékající cívkou $I = 1,625$ A
- Indukčnost zjištěná z intenzity H uprostřed cívky $L = 4,18$ mH
- Interval, v němž je intenzita H v dovolené odchylce $\delta \leq 1\%$ od hodnoty uprostřed solenoidu: $0 \leq z \leq 5$ cm

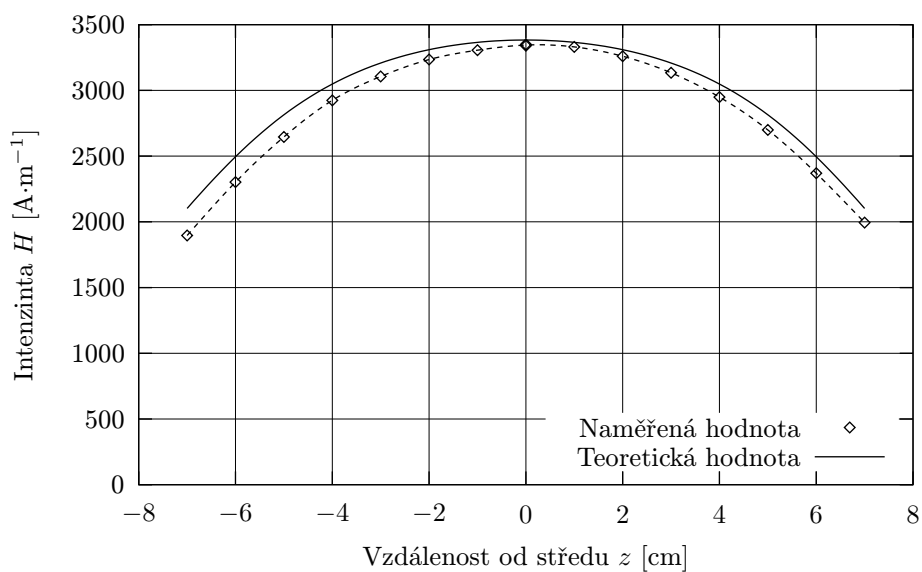
x	z	U_I	H	$H(z)$	δ	$\delta_{H(z)}$
[cm]	[cm]	[mV]	[A · m ⁻¹]	[A · m ⁻¹]	[%]	[%]
38	-15	42,10	1058,50	1098,13	-48,88	-3,61
36	-13	50,59	1271,96	1547,33	-38,57	-17,80
34	-11	70,81	1780,35	1831,87	-14,01	-2,81
32	-9	76,85	1932,21	1979,73	-6,68	-2,40
30	-7	79,91	2009,14	2055,70	-2,96	-2,26
28	-5	81,05	2037,81	2095,95	-1,58	-2,77
26	-3	81,06	2038,06	2116,98	-1,57	-3,73
24	-1	82,35	2070,49	2126,09	0,00	-2,62
22	1	82,86	2083,31	2126,09	0,62	-2,01
20	3	82,45	2073,01	2116,98	0,12	-2,08
18	5	81,88	2058,67	2095,95	-0,57	-1,78
16	7	80,20	2016,43	2055,70	-2,61	-1,91
14	9	77,32	1944,02	1979,73	-6,11	-1,80
12	11	71,84	1806,24	1831,87	-12,76	-1,40
11	12	67,32	1692,60	1711,26	-18,25	-1,09
10	13	62,10	1561,35	1547,33	-24,59	0,91
9	14	54,49	1370,02	1338,17	-33,83	2,38
8	15	45,47	1143,23	1098,13	-44,78	4,11



2.2.4. Měření pro délku $h = 15$ cm

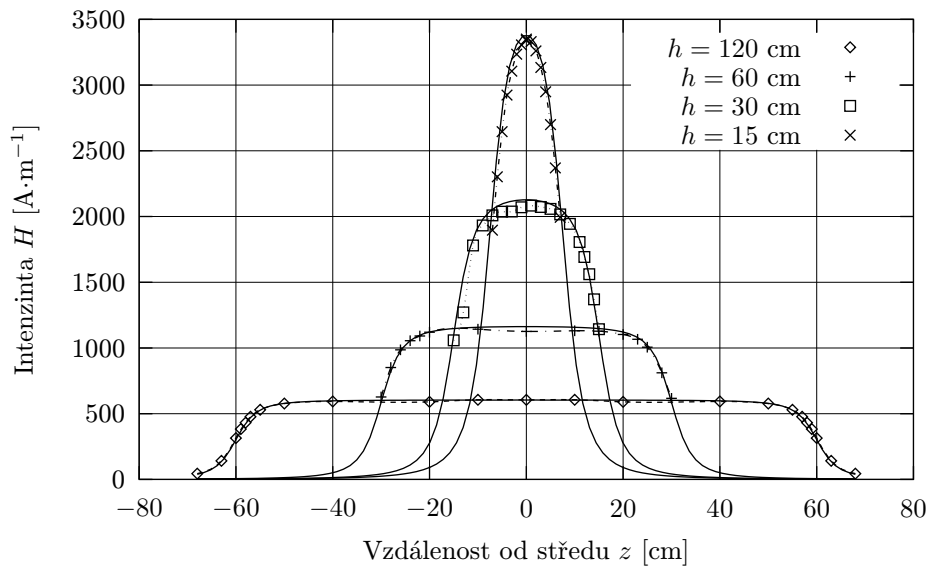
- Proud protékající cívkou $I = 2,887$ A
- Indukčnost zjištěná z intenzity H uprostřed cívky $L = 0,66$ mH
- Interval, v němž je intenzita H v dovolené odchylce $\delta \leq 1\%$ od hodnoty uprostřed solenoidu: $0 \leq z \leq 1,5$ cm

x	z	U_I	H	$H(z)$	δ	$\delta_{H(z)}$
[cm]	[cm]	[mV]	[A · m ⁻¹]	[A · m ⁻¹]	[%]	[%]
23	-7,5	75,41	1896	1889,58	-43,41	0,34
22	-6,5	91,58	2302,56	2306,10	-31,27	-0,15
21	-5,5	105,24	2646,01	2665,48	-21,02	-0,73
20	-4,5	116,3	2924,08	2941,48	-12,72	-0,59
19	-3,5	123,56	3106,62	3136,55	-7,27	-0,95
18	-2,5	128,67	3235,1	3265,38	-3,44	-0,93
17	-1,5	131,52	3306,75	3342,74	-1,30	-1,08
16	-0,5	133,25	3350,25	3378,89	0,00	-0,85
15	0,5	132,85	3340,19	3378,89	-0,30	-1,15
14	1,5	132,51	3331,64	3342,74	-0,56	-0,33
13	2,5	129,7	3260,99	3265,38	-2,66	-0,13
12	3,5	124,65	3134,02	3136,55	-6,45	-0,08
11	4,5	117,32	2949,73	2941,48	-11,95	0,28
10	5,5	107,38	2699,81	2665,48	-19,41	1,29
9	6,5	94,29	2370,69	2306,10	-29,24	2,80
8	7,5	79,32	1994,31	1889,58	-40,47	5,54



2.3. Závěr

2.3.1. Změřené průběhy intenzity ve společném grafu



Na grafech je vidět, že čím delší solenoid je, tím je maximum intenzity magnetického pole plošší a charakter pole vykazuje větší homogenitu. Průměrná odchylka $\delta_{H(z)}$ mezi naměřenou a teoretickou hodnotou má hodnotu přibližně 1,5 %.