3. Studium elektrostatického pole na modelech

3.1. Úkol měření

1. Změřte rozložení ekvipotenciál jedné konfigurace vzorků elektrod metodou vycházející z analogie se stacionárním elektrickým polem.
2. Na proměnné dvojici elektrod ve zvoleném uspořádání určete maximální intenzitu elektrického pole.
3. Odhadněte chybu měření.

3.2. Teoretický rozbor

3.2.1. Vektor intenzity a potenciál elektrostatického pole

Uvažujeme soustavu statických nábojů Q_1 až Q_N ve vakuu, které se nacházejí v bodech $\overrightarrow{r_1}$ až $\overrightarrow{r_N}$. Silové působení na náboj Q v bodě $\overrightarrow{r}$ je možné vyjádřit ve tvaru

$$\overrightarrow{F} = Q\overrightarrow{E}(\overrightarrow{r}) \ ,$$

kde

$$\overrightarrow{E}(\overrightarrow{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\sum_{i=1}^{N}\frac{Q_i}{|\overrightarrow{r} - \overrightarrow{r_i}|^3}(\overrightarrow{r} - \overrightarrow{r_i}) \ ,$$

kde konstanta ε reprezentuje permitivitu, která se rovná součinu $\varepsilon_0\varepsilon_r$, přičemž ε_0 je permitivita vakua a ε_r je relativní permitivita, která se v případě vakua rovná jedné.

Veličina $\overrightarrow{E}(\overrightarrow{r})$ představuje vektorové pole, nazývá se *intenzita elektrostatického pole* a reprezentuje poměr síly, kterou náboje Q_1 až Q_N působí na náboj Q a tohoto náboje.

Uvažujme nyní skalární funkci (skalární pole) $\varphi(\overrightarrow{r})$ definovanou vztahem

$$\varphi(\overrightarrow{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\sum_{i=1}^{N}\frac{Q_i}{|\overrightarrow{r} - \overrightarrow{r_i}|^3} + C \ ,$$

kde C je libovolná konstanta.

Parciální derivací prvního řádu této funkce dostaneme

$$\overrightarrow{E}(\overrightarrow{r}) = -\operatorname{grad}\varphi(\overrightarrow{r}) \ ,$$

kde symbol $\operatorname{grad}\varphi$ značí vektor $\operatorname{grad}\varphi = (\partial\varphi/\partial x, \partial\varphi/\partial y, \partial\varphi/\partial z)$ nazývaný gradient funkce φ. Skalární funkce nazýváme *potenciálem elektrostatického pole.*

Pokud jsou všechny náboje rozloženy v konečné části prostoru, volíme obvykle referenční bod v nekonečnu a klademe tam potenciál roven nule. Fyzikální smysl má tedy jen rozdíl potenciálů ve dvou bodech $\overrightarrow{r_1}, \overrightarrow{r_2}$, který můžeme měřit:

$$\varphi(\overrightarrow{r_1}) - \varphi(\overrightarrow{r_2}) = -\int_{\overrightarrow{r_1}}^{\overrightarrow{r_2}} \overrightarrow{E}\cdot \mathrm{d}\overrightarrow{l}$$

Práci, kterou vykoná elektrostatické pole při přemisťování pole bodového jednotkového kladného náboje z bodu $\overrightarrow{r_1}$ do bodu $\overrightarrow{r_2}$ nazýváme napětím mezi těmito body:

$$U_{12} = -\int_{\overrightarrow{r_1}}^{\overrightarrow{r_2}} \overrightarrow{E}\cdot \mathrm{d}\overrightarrow{l}$$

Napětí je tedy rovno záporně vzatému rozdílu potenciálů a je kladné, má-li výchozí bod vyšší potenciál než bod koncový.

Ze vztahu mezi intenzitou elektrického pole a jeho potenciálem $\overrightarrow{E}(\overrightarrow{r}) = -\operatorname{grad}\varphi(\overrightarrow{r})$ vyplývá, že siločáry (linie intenzity $\overrightarrow{E}$) jsou kolmé na ekvipotenciály. Z definice ekvipotenciály můžeme konstatovat, že ekvipotenciála je plocha stejného potenciálu. Povrch vodiče v elektrostatickém poli je vždy ekvipotenciálou.

Vzhledem k tomu, že měření rozložení potenciálu v elektrostatickém poli samém není z experimentálního hlediska dost dobře možné, využívá se proto jisté analogie mezi elektrostatickým polem v homogenním dielektriku a elektrickým polem uvnitř homogenního vodiče, kterým protéká stacionární, tj. časově neproměnný proud.

Elektrostatické i elektrické stacionární pole je potenciální a konzervativní (energie náboje se po návratu do výchozího bodu zachovává). Z výše uvedeného vyplývá podobnost mezi elektrostatickým a stacionárním elektrickým polem, takže pomocí stacionárního elektrického pole je možné modelovat pole elektrostatické.

3.2.2. Měření rozložení potenciálu

Měření se provádí v takzvané elektrolytické vaně, což je nádoba s elektrolytem. Do elektrolytu na dno vany se vkládají tělesa imitující elektrody v elektrostatickém poli. Nádoba pro elektrolyt je relativně mělká a je zhotovena z nevodivého materiálu. Kdyby totiž vodivost stěn vany byla větší než vodivost elektrolytu, byly by stěny vany ekvipotenciálními plochami. Jako elektrolyt používáme obvykle slabě okyselené vody. Materiál elektrod musí mít podstatně větší vodivost něž elektrolyt. Pak je možno předpokládat, že povrch jednotlivých částí modelu má konstantní potenciál.

Nejsnadněji se modeluje rovinné elektrostatické pole. Vycházíme přitom z přirozeného prostorového uspořádání, z něhož vyjmeme část omezenou dvěma rovnoběžnými rovinami, v nichž se tvar pole nemění, a znázorníme jí v elektrolytické vaně tak, že rovnoběžné roviny ztotožníme se dnem vany a hladinou elektrolytu. Uspořádání pro rovinné pole je na obr. 1.

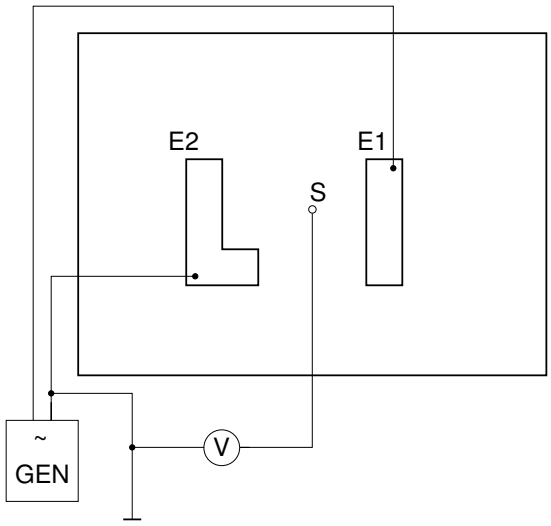
K elektrodám E1, E2 je připojen zdroj, pokud možno konstantního napětí, dodávající proud do obvodu s elektrolytem. Tento proud by měl být stejnosměrný. Polarizační jevy při použití obecných kovů jako materiálu elektrod by však měření značně rušily. Proto se užívá střídavého proudu nepříliš vysokého kmitočtu (max. 1,5 kHz). Ekvipotenciální čáry vyšetřujeme sondou, tj. tenkou hrotovou kovovou elektrodou ponořenou trvale nebo ponořovanou bod po bodu do elektrolytu a to tak, že jí ručně nebo pomocí nějakého mechanismu přemísťujeme. Sonda je připojena k voltmetru, který měří napětí bezproudovým způsobem (voltmetr s velkým vnitřním odporem), jak to ukazuje obr. 1. Zjišťujeme místa se zvoleným potenciálem přímo.

3.3. Postup měření

1. Do vodorovné vany se nalije voda, aby její hladina byla asi 2 cm nade dnem vany.
2. Do vany se vloží modely a pomocí hrotu se odečtou souřadnice význačných bodů elektrod.
3. Zapojí se obvod podle obrázku 1 a do držáku systému pro odečítaní souřadnic se upevní kovová sonda tak, aby její hrot byl 1 až 2 mm pod hladinou.
4. Zapne se zdroj napětí a měří se tak, že se hledají místa se stejným potenciálem. Potenciálový krok volíme 1 V.
5. Po změření a zakreslení ekvipotenciálních čar se zakreslí proudové čáry tak, aby byly kolmo k ekvipotenciálám a jejich hustota odpovídala proudové hustotě.

3.4. Použité přístroje

- Elektrolytická vana, generátor, voltmetr (TP 1,5 %), libela, měřítko, sada elektrod, indikační hrot, sonda



Obrázek 1: Základní zapojení elektrolytické vany.

3.5. Naměřené a vypočtené hodnoty

Při měření jsem sondou vyhledával místa se stejným potenciálem, jejichž souřadnice byly zapisovány přímo na milimetrový papír, který je dodán v příloze.

3.5.1. Vypočtené hodnoty

Určení maximální intenzity pole Vycházíme ze vztahu $\overrightarrow{E}(\overrightarrow{r}) = -\operatorname{grad}\varphi(\overrightarrow{r})$, který v tomto případě bude mít tvar $E_s = \triangle\varphi/\triangle s$, kde $\triangle\varphi$ je změna potenciálu na vzdálenosti $\triangle s$. Minimální vzdálenost mezi dvěma silokřivkami s rozdílem potenciálů 1 V je $\triangle s = 1\,\mathrm{mm}$, potom maximální intenzita je

$$E_s = \frac{\triangle\varphi}{\triangle s} = \frac{1}{0{,}001} = 1000\ \mathrm{V}\cdot\mathrm{m}^{-1}$$

Odhad relativní chyby Třída přesnosti měřícího přístroje je 1,5 %. Průměr hrotu sondy je 1 mm, souřadnice jsou tedy odečítány s přesností ± 1 mm v obou osách měření. Odhadovaná chyba je součet chyb měřidel $\delta_r = (0{,}015 + 0{,}001 + 0{,}001)\cdot 100 = 1{,}7\,\%$.

Maximální intenzita pole je tedy $E_s = (1000\pm 17)\ \mathrm{V}\cdot\mathrm{m}^{-1}$.

3.6. Závěr

Při měření byla použita sonda, která ovlivnila tvar ekvipotenciálních hladin. Maximální intenzita pole odečtená z grafu je $E_s = (1000\pm 17)\ \mathrm{V}\cdot\mathrm{m}^{-1}$.

3.7. Kontrolní otázky

1. Co je to elektrostatické pole?

   O elektrostatickém poli mluvíme, jsou-li náboje z makroskopického hlediska v naší pozorovací soustavě klidné (statické, bez pohybu).

2. Jaký je vztah mezi intenzitou elektrostatického pole a jeho potenciálem?

   Vztah mezi intenzitou elektrostatického pole a jeho potenciálem je popsán rovnicí:

$$\overrightarrow{E}(\overrightarrow{r}) = -\operatorname{grad}\varphi(\overrightarrow{r}) \ ,$$

3. Co je to siločára a jak je orientovaná vůči ekvipotenciále?

   Siločára (linie intenzity $\overrightarrow{E}$) je křivka, k níž je orientovaná úsečka vyznačující vektor $\overrightarrow{E}$ ve všech bodech tečnou. Siločáry jsou určeny rovnicí $\overrightarrow{E} \times \mathrm{d}\overrightarrow{r} = \overrightarrow{0}$, kterou v kartézských souřadnicích ve složkovém tvaru můžeme vyjádřit jako: $\frac{\mathrm{d}x}{E_x} = \frac{\mathrm{d}y}{E_y} = \frac{\mathrm{d}z}{E_z}$.

4. Co představuje potenciál elektrostatického pole?

   Potenciál elektrostatického pole v daném místě představuje práci potřebnou k přenesení jednotkového elektrického náboje z nekonečna do daného místa.

5. Proč vodivost stěn elektrolytické vany musí být menší než elektrolytu?

   Vodivost stěn elektrolytické vany musí být menší než vodivost elektrolytu, protože v opačném případě by stěny vany byly ekvipotenciálními plochami.