

# Základy zpracování obrazů

Martin Bruchanov – BruXy

bruxy@regnet.cz

<http://bruxy.regnet.cz>

23. března 2009

1	Jasové korekce	1
1.1	Histogram	1
1.2	Zvýšení a snížení jasu	2
1.3	Gama korekce	3
1.4	Ekvalizace histogramu	3
1.5	Lineární rozprostření histogramu	6
2	Prostorové transformace obrazu	6
2.1	Změna rozměrů – převzorkování	6
2.1.1	Výběr nejbližších sousedů	6
2.1.2	Bilineární interpolace	6
2.2	Doostření obrazu	8
2.2.1	Filtry v prostorové oblasti	8
2.2.2	Vylepšování hran a ostření	9
3	Literatura	11

## 1. Jasové korekce

### 1.1. Histogram

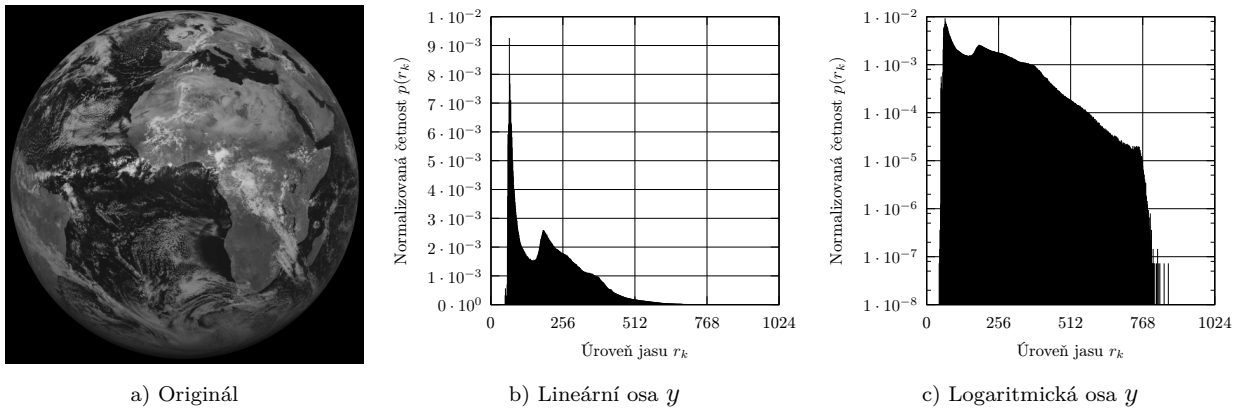
*Histogram* digitálního obrazu s  $L$  úrovněmi jasu v rozmezí  $\langle 0, L-1 \rangle$  je diskrétní funkce  $h(r_k) = n_k$ , kde  $r_k$  je  $k$ -tá úroveň jasu a  $n_k$  je počet bodů obrazu s jasem  $r_k$ .

Normalizovaný histogram se získá podílem všech hodnot  $n_k$  celkovým počtem obrazových bodů  $n$ ,  $p(r_k) = n_k/n$ , pro  $k = 0, 1, \dots, L-1$ . Funkce  $p(r_k)$  udává hustotu rozdělení pravděpodobnosti výskytu jasové úrovně  $r_k$  (platí, že  $\sum_0^{L-1} p(r_k) = 1$ ).

Úpravy histogramu [2–3] patří k základním technikám při úpravách jasové stupnice.

V tmavých obrazech bývají složky histogramu koncentrovány v nižší oblasti jasového rozsahu, podobně ve světlých zase ve vyšší oblasti. Nízký kontrast indikuje, že jednotlivé zastoupení úrovní leží blízko sebe a úrovně nejsou rozprostřeny po celém rozsahu jasové škály.

Na obr. 1 je histogram snímku Země ve viditelném spektru kanálu VIS008. Snímek byl pořízený ve 12:00 družicí Meteosat 9 (MSG-2), kdy je snímaná polokoule celá ozářena Sluncem, na histogramu je vidět jasové rozložení – nejčernější úroveň je  $r_0$ . Ta je použita k maskování okolního vesmíru, jasová škála obrazu Země v tomto kanále nezabírá všech 1024 úrovní.

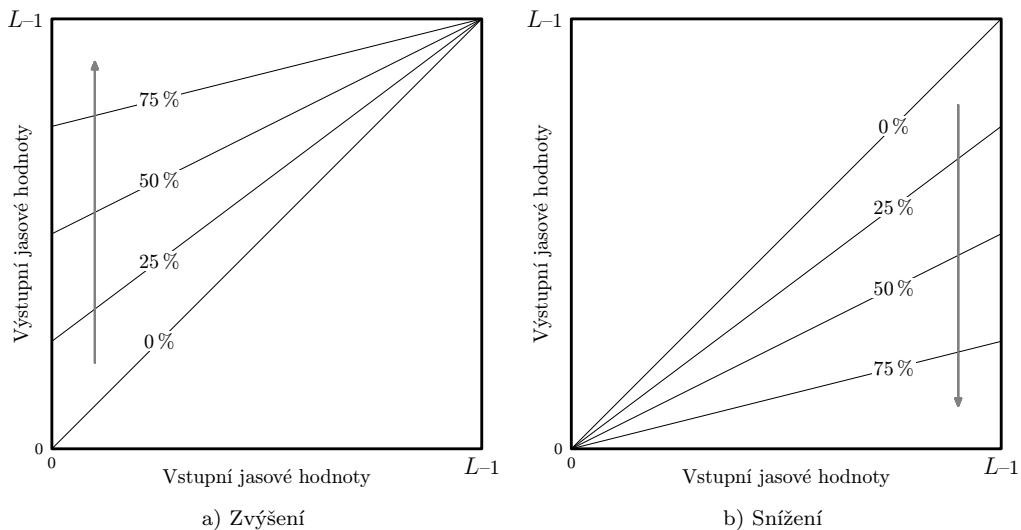


Obrázek 1.: Normalizovaný histogram konkrétního snímku kanálu VIS008 MSG-2.

## 1.2. Zvýšení a snížení jasu

Lineární transformační funkce pro změnu jasu o  $\pm t\%$  má tvar:

- pro zvýšení jasu:  $(L - 1) \cdot (1 - t/100) \cdot (r_k/L + t/100)$ ,
- pro snížení jasu:  $(L - 1) \cdot (1 + t/100) \cdot r_k/L$ .

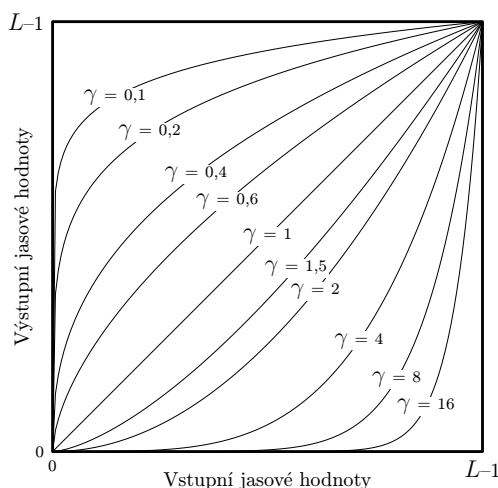


Obrázek 2.: Transformační funkce pro lineární změnu jasu.

Všechny funkce popsané v této části jsou implementovány pomocí převodní tabulky (look-up table). Nejprve je zjištěn histogram původního obrazu a na ten se aplikuje transformační funkce, pro každou hodnotu jasu  $r_k$  zjistíme novou hodnotu  $s_k$ . V převodní tabulce jsou pak hodnoty  $s_k$  indexovány hodnotou původního jasu  $r_k$ .

### 1.3. Gama korekce

Mocninná funkce  $s = r^\gamma$  může být použita pro nelineární změny jasu. Dají se pomocí ní upravit střední části rozsahu intenzity. Pro hodnoty  $\gamma > 1$  je jas snížen, pro hodnoty  $\gamma < 1$  naopak zvýšen. Průběh transformační funkce viz obr. 3.



**Obrázek 3.:** Průběh gama funkce  $s = r^\gamma$  pro různé hodnoty  $\gamma$ .

### 1.4. Ekvalizace histogramu

Jasové složky  $r$  v rozsahu  $\langle 0, L - 1 \rangle$  jsou normalizovány do intervalu  $\langle 0, 1 \rangle$ , kde 0 reprezentuje černou a 1 bílou. Pro celý rozsah provedeme zobrazení dané vztahem

$$s = T(r) \quad 0 \leq r \leq 1, \quad (1)$$

tím vytvoříme úroveň  $s$  pro každý vstupní bod úrovně  $r$  původního obrazu. Transformační funkce  $T(r)$  musí splňovat tyto podmínky:

- $T(r)$  je prostá monotónní a rostoucí na intervalu  $0 \leq r \leq 1$ ,
- $0 \leq T(r) \leq 1$  pro všechna  $0 \leq r \leq 1$ .

První podmínka garantuje, že pro  $T(r)$  bude existovat inverzní transformace:

$$r = T^{-1}(s) \quad 0 \leq s \leq 1, \quad (2)$$

monotónnost funkce zase garantuje, že při transformaci nebudou obráceny jasové hodnoty. Druhá podmínka zajišťuje, že jasové složky budou ve stejném rozsahu jako v původním obraze.

Četnost jasových složek představuje náhodnou proměnnou v intervalu  $\langle 0, 1 \rangle$ , která může být vyjádřena pomocí hustoty pravděpodobnosti. Pro vstupní histogram je to  $p_r(r)$  a pro výstupní  $p_s(s)$ . V teorii pravděpodobnosti jsou většinou  $p_r(r)$  a  $T(r)$  známé a  $T^{-1}(s)$  splňuje podmínku, potom hustotu pravděpodobnosti  $p_s(s)$  je možné získat ze vztahu:

$$p_s(s) = p_r(r) \left| \frac{dr}{ds} \right| \quad (3)$$

Takže hustota pravděpodobnosti transformované proměnné  $s$  je získána z četnosti jasových složek a zvolené transformační funkce.

Transformační funkce, důležitá pro zpracování, obrazů má tvar:

$$s = T(r) = \int_0^r p_r(w)dw, \quad (4)$$

kde  $w$  je integrovaná proměnná. Pravá strana rovnice vyjadřuje distribuční funkci náhodné proměnné  $r$ . Díky tomu, že hustota pravděpodobnosti je vždy kladná, pak i integrál, plocha pod funkcí  $p_r$  je vždy kladná a tím jsou splněny nutné podmínky.

Hledaná transformační funkce se určí derivací určitého integrálu

$$\frac{ds}{dr} = \frac{dT(r)}{dr} = \frac{d}{dr} \left( \int_0^r p_r(w)dw \right) = p_r(r) \quad (5)$$

Substitucí tohoto výsledku za  $dr/ds$  do rovnice 3 dostaneme

$$p_s(s) = p_r(r) \left| \frac{dr}{ds} \right| = p_r(r) \left| \frac{1}{p_r(r)} \right| = 1 \quad 0 \leq s \leq 1 \quad (6)$$

Protože  $p_s(s)$  je hustota pravděpodobnosti, platí, že funkce musí být nula mimo interval  $\langle 0, 1 \rangle$  a integrál přes všechny hodnoty  $s$  musí být roven 1.

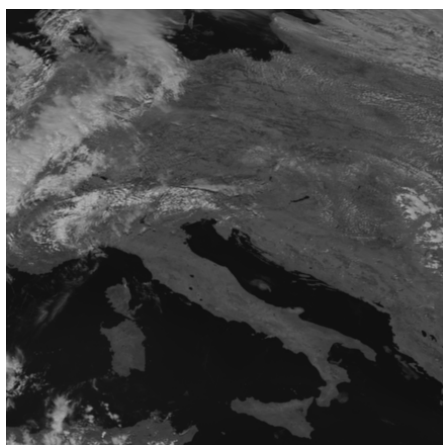
Pravděpodobnost výskytu dané jasové úrovně je

$$p_r(r_k) = \frac{n_k}{n}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, L - 1. \quad (7)$$

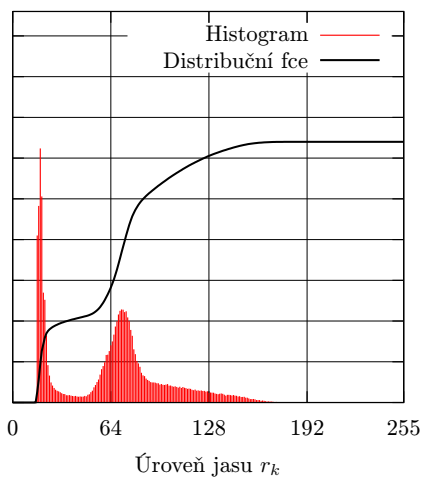
Diskrétní verze transformační funkce 4 (kumulativní histogram) je

$$s_k = T(r_k) = \sum_{j=0}^k p_r(r_j) = \sum_{j=0}^k \frac{n_j}{n}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, L - 1. \quad (8)$$

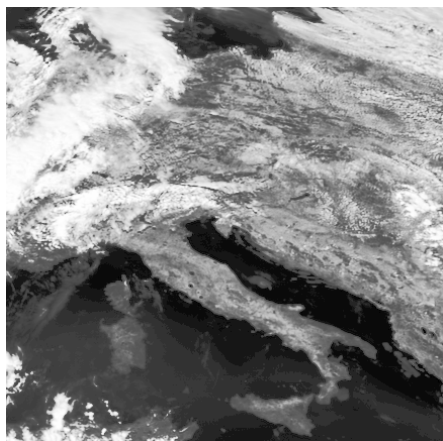
Jas každého vstupního pixelu  $r_k$  je mapován na nový jas výstupního pixelu  $s_k$ . Tímto způsobem je transformován bod po bodu celý obraz, výsledek na obr. 4.



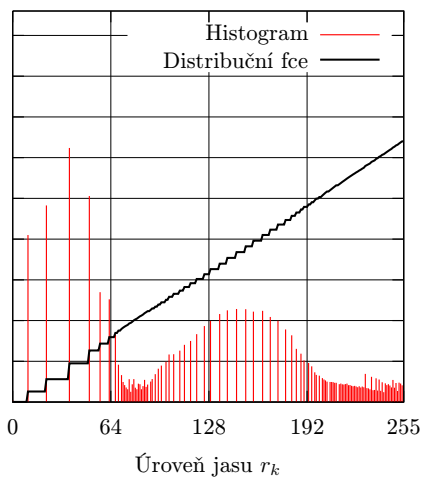
a) Původní obraz



b) Histogram a distribuce



c) Po provedení ekvalizace



d) Výsledný histogram a distribuce

**Obrázek 4.:** Příklad vlivu ekvalizace histogramu na kontrast obrazu.

## 1.5. Lineární rozprostření histogramu

Ekvalizace histogramu se neukázala příliš vhodná pro zlepšení kontrastu snímků Země, kde je výrazné zastoupení tmavých odstínů. Příklad na obr. 4c ukazuje, že kvůli výraznému rozprostření jasu se tmavé plochy moře v obraze objeví výrazné jasové přechody, které ruší celkový dojem.

Protože snímky nemají jasové hodnoty  $r_k$  rozprostřené v celém pásmu  $\langle 0, L \rangle$ , vyzkoušel jsem pro zlepšení kontrastu tyto hodnoty lineárně rozprostřít do celé jasové škály. Výsledek je patrný na obr. 5c.

Postup rozprostření je následující. Nejprve je nutné najít pásmo jasových úrovní  $l_{min}$  až  $l_{max}$ , pro které je počet složek větší než  $t$ . Pro  $t = 0$  obsahuje transformovaný obraz všechny původní složky, pro  $t > 0$  jsou jasové složky s četností menší než  $t$  zahozeny. Rozprostření intervalu  $\langle l_{min}, l_{max} \rangle$  do  $\langle 0, L \rangle$  je provedeno následovně:

$$s = \begin{cases} 0 & \text{pro } k < l_{min} \\ L \cdot \frac{1}{l_{max} - l_{min}} (r - l_{min}) & \text{pro } l_{min} \leq k \leq l_{max} \\ 1 & \text{pro } l_{max} < k < L \end{cases} \quad (9)$$

Tato transformace je také vhodná při převodu z 10bitové jasové škály, ve které jsou ukládány data radiometrem družice, do 8bitů. Při jednoduchém převodu, který vezme danou 10bit. hodnotu a provede její logický posun o dvě místa doprava, se sníží přesnost blízko ležících úrovní a kontrast výsledného obrazu je nízký. Pokud se ještě před tímto převodem jasové úrovně rozprostřou do celého pásma 0 až 1023, nemusí dojít k výraznější ztrátě přesnosti alepší se subjektivní vnímání obrazu. Tato metoda je vhodná snímky ve viditelném spektru pro zlepšení obrazu. Pro kanály, kde je důležitá hodnota jasu pro fyzikální interpretaci se nehodí.

## 2. Prostorové transformace obrazu

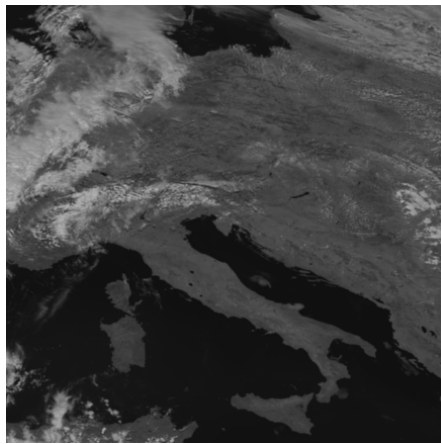
### 2.1. Změna rozměrů – převzorkování

#### 2.1.1. Výběr nejbližších sousedů

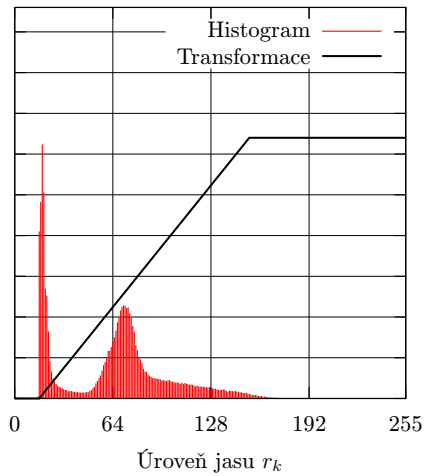
Metoda je výpočetně rychlá, nový obraz obsahuje pouze jasové složky původního obrazu, v případě šikmých hran a čar dochází k patrnému zkreslení.

#### 2.1.2. Bilineární interpolace

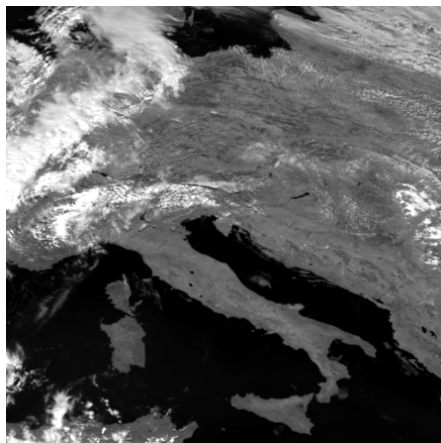
Při bilineární interpolaci je intenzita nového bodu určena z váženého součtu intenzit nejbližších čtyř pixelů.



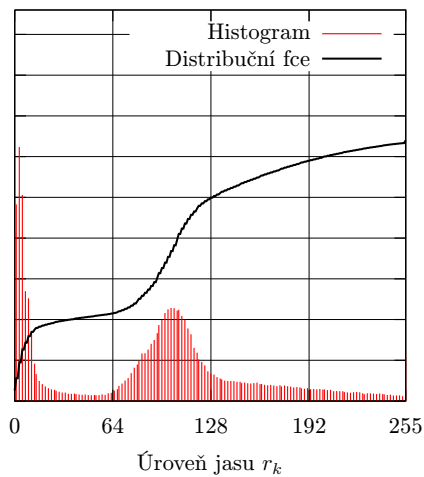
a) Původní obraz



b) Histogram a použitá transformace



c) Po provedení normalizace



d) Výsledný histogram a distribuce

**Obrázek 5.:** Příklad vlivu lineárního rozprostření histogramu na kontrast obrazu.

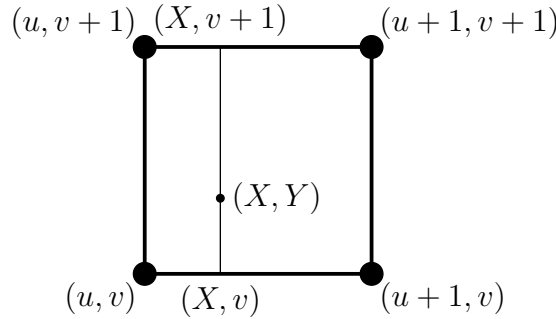
Postup výpočtu je následující. Předpokládejme danou pozici  $(X, Y)$ ,  $u$  je celočíselná část  $X$  a  $v$  celočíselná část  $Y$ , potom intenzita v bodě  $(X, Y)$  je zjištěna z intenzit v bodech  $(u, v)$ ,  $(u + 1, v)$ ,  $(u, v + 1)$ ,  $(u + 1, v + 1)$ .

Při převzorkování se nejprve zjistí intenzita v bodě  $(X, v)$  z lineární interpolace intenzit  $(u, v)$ ,  $(u + 1, v)$ , označíme ji  $I(X, v)$ . Potom intenzita  $I(X, v + 1)$  v bodě  $(X, v + 1)$  je určena interpolací  $(u, v + 1)$ ,  $(u + 1, v + 1)$ . Poté určíme intenzitu v  $(X, Y)$  lineární interpolací intenzit  $I(X, v)$  a  $I(X, v + 1)$ . Situace je znázorněna na obr. 6. Celkový výsledek udává následující rovnice:

$$I(X, Y) = W_{u,v}I(u, v) + W_{u+1,v}I(u+1, v) + W_{u,v+1}I(u, v+1) + W_{u+1,v+1}I(u+1, v+1), \quad (10)$$

kde

$$\begin{aligned} W_{u,v} &= (u+1-x)(v+1-y) \\ W_{u+1,v} &= (x-u)(v+1-y) \\ W_{u,v+1} &= (u+1-x)(y-v) \\ W_{u+1,v+1} &= (x-u)(y-v) \end{aligned} \quad (11)$$



**Obrázek 6.:** Odhad intenzity v bodě  $(X, Y)$  ze známých hodnot v okolí.

## 2.2. Doostření obrazu

### 2.2.1. Filtry v prostorové oblasti

Zlepšení ostroti obrazu patří do oblasti filtrování v prostorové oblasti. Tyto obrazové filtry se vyznačují tím, že filtrovaný pixel je ovlivněn hodnotami sousedních pixelů.

Filtr je většinou zadán jako čtvercová matice – *maska (konvoluční jádro)*. Prostorové filtrování je pak prováděno tak, že se maska posouvá bod po bodu ve zdrojovém obraze a ze zadaných koeficientů je určena výsledná hodnota, která se zapíše do cílového obrazu. Pro masku o rozměrech  $3 \times 3$  je odezva  $R$  na hodnotu pixelu  $f(x, y)$  následující

$$\begin{aligned} R &= w(-1, -1)f(x-1, y-1) + w(-1, 0)f(x-1, y) + \dots \\ &+ w(0, 0)f(x, y) + \dots + w(1, 0)f(x+1, y) + w(1, 1)f(x+1, y+1). \end{aligned} \quad (12)$$

Z výrazu 12 je patrné, že střed masky  $w(0, 0)$  je centrován na pixel  $f(x, y)$  a jakým způsobem jsou voleny korespondující body okolí  $f(x, y)$ . Součet hodnot, odezva  $R$ , se uloží do cílového obrazu na



pozici  $(x, y)$ . V případě okrajových pixelů může maska pro výpočet vyžadovat body, ležící mimo obraz. To řeším tak, že vrátím hodnotu nejbližšího okrajového pixelu.

V obecném případě pro masku o rozměrech  $m \times n$ , kde  $m = 2a + 1$  a  $n = 2b + 1$  pro kladná celá čísla  $a, b$  ( $m$  i  $n$  je liché) se filtrace obrazu o rozměrech  $M \times N$  provede pomocí

$$g(x, y) = \sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b w(s, t) f(x + s, y + t), \quad a = \frac{(m-1)}{2}, b = \frac{(n-1)}{2} \quad (13)$$

pro všechna  $x = 0, 1, 2, \dots, M - 1$  a  $y = 0, 1, 2, \dots, N - 1$ .

### 2.2.2. Vylepšování hran a ostření

Ostření je založeno na derivacích prvního a druhého řádu. V diskrétním zpracování je analogie derivací *diference*. Derivování obrazu se projeví tak, že oblasti s konstantní jasovou úrovní jsou nulové a změna jasu je nenulová. Základní definice difference prvního řádu pro jednorozměrnou funkci  $f(x)$  je

$$\frac{\partial f}{\partial x} = f(x + 1) - f(x). \quad (14)$$

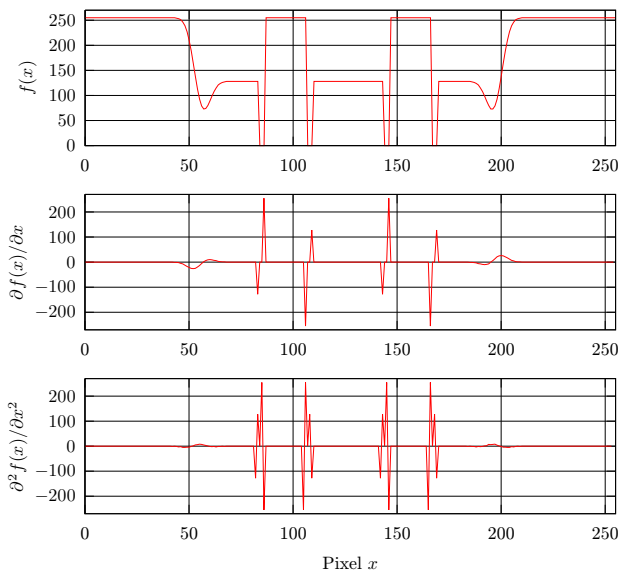
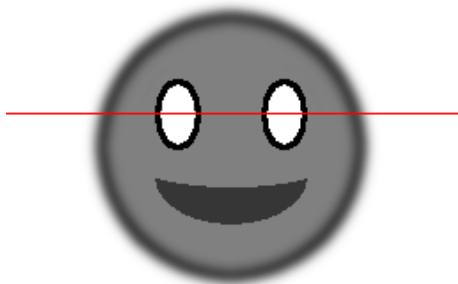
Podobně je definována i difference druhého řádu:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x + 1) - 2f(x) - f(x - 1). \quad (15)$$

Příklad zjištěných diferencí je na obr. 7. Zde je patrný výsledek pro rozmazaný okraj – odezva pro diferencii  $\partial f / \partial x$  je větší než pro diferencii 2. řádu  $\partial^2 f / \partial x^2$ . Pro hrany (ostrý jasový přechod) je naopak větší odezva v případě  $\partial^2 f / \partial x^2$ . Díky tomu je vhodnější pro zdůraznění jemnějších detailů.

V případě 2D obrazů se vyžaduje, aby filtr byl *invariantní vůči otočení*, tedy abychom i po otočení obrazu dostali stejný výsledek. Tento typ filtru patří do kategorie *izotropních*, u kterých je odezva nezávislá na směru nespojitéstí v obraze.

Nejjednodušší isotropní derivační operátor je *Laplacián* [5], který je pro dvojrozměrnou funkci (obraz) definován následovně



Obrázek 7.: Diference prvního a druhého řádu pro jeden obrazový řádek.

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}. \quad (16)$$

Protože derivace libovolného řádu jsou lineární operacemi, je i Laplacián lineární operátor. Diference druhého řádu ve směru  $x$  je

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1, y) - 2f(x, y) + f(x-1, y) \quad (17)$$

a ve směru  $y$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = f(x, y+1) - 2f(x, y) + f(x, y-1). \quad (18)$$

Diskrétní forma dvourozměrného Laplaciánu v rov. 16 se získá součtem těchto dvou složek:

$$\nabla^2 f = f(x+1, y) + f(x-1, y) + f(x, y+1) - f(x, y-1) - 4f(x, y). \quad (19)$$

Tento vztah je možné převést na konvoluční masku  $\mathbf{H}_1$  v rov. 20. Pokud by měly odezvu ovlivnit i diagonální sousední pixely, stačí Laplacián otočit o  $45^\circ$  a sečíst otočený i neotočený.

$$\mathbf{H}_1 = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{H}_2 = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \quad (20)$$

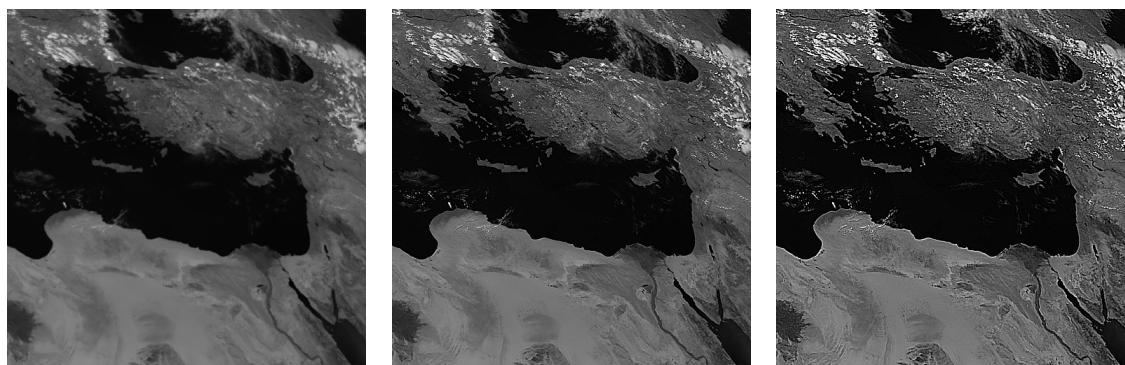
Protože Laplacián je derivační operátor, zvýrazní jasové nespojitosti a potlačí oblasti s pozvolnou změnou jasu. To vede k vytvoření obrazu, který zobrazuje hrany, ale spojitě oblasti jsou tmavé. Doostření se dosáhne tak, že se odezva filtru odečte od původní hodnoty jasu pixelu  $f(x, y)$ :

$$\begin{aligned} g(x, y) &= f(x, y) - \nabla^2 f(x, y) = \\ &= f(x, y) - [f(x+1, y) + f(x-1, y) + f(x, y+1) - f(x, y-1) - 4f(x, y)] = \\ &= 5f(x, y) - f(x+1, y) - f(x-1, y) - f(x, y+1) - f(x, y-1) \end{aligned} \quad (21)$$

Tomuto vztahu odpovídají konvoluční masky  $\mathbf{H}'_1$ , resp.  $\mathbf{H}'_2$  v případě započítání diagonálního okolí:

$$\mathbf{H}'_1 = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{H}'_2 = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 9 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \quad (22)$$

Výsledná aplikace masek  $\mathbf{H}'_1$  a  $\mathbf{H}'_2$  na konkrétní snímek je na obr. 8.



a) Originál

b) Aplikace masky  $\mathbf{H}'_1$

c) Aplikace masky  $\mathbf{H}'_2$

**Obrázek 8.:** Výřez snímku VIS008 s výsledkem doostřování pomocí Laplaciánu  $\nabla^2$ .

### 3. Literatura

- [1] Gonzales, R. C. and Fittes, B. A. (1977). Gray-Level Transformations for Interactive Image Enhancements. *Mechanism and Machine Theory*, pages 111–122.
- [2] Hummel, R. A. (1975). Histogram Modification Techniques. *Computer Graphics and Image Processing*, pages 209–224.

- [3] Hummel, R. A. (1977). Image Enhancement by Histogram Transformation. *Computer Graphics and Image Processing*, pages 184–195.
- [4] Gonzales, R. C. and Woods, R. E.: *Digital Image Processing*, 2nd edn. Upper Saddle River, New Jersey 07458: Prentice-Hall, Inc, 2002.
- [5] Rosenfeld, A. and Kak, A. C.: *Digital Picture Processing*, 2nd edn. Academic Press, 1982.
- [6] Jähne, B.: *Digital Image Processing*, 5th edn. Springer, 2002.