Logické systémy

1.1. Základní hradla

vstupy		AND	OR	NAND	NOR	XOR	NXOR
x	y						
0	0	0	0	1	1	0	1
0	1	0	1	1	0	1	0
1	0	0	1	1	0	1	0
1	1	1	1	0	0	0	1

vstup	NOT
x	
0	1
1	0

Karnaughova mapa pro $ABCD$:

CD \ AB	00	01	11	10
00	m_0	m_4	m_{12}	m_8
01	m_1	m_5	m_{13}	m_9
11	m_3	m_7	m_{15}	m_{11}
10	m_2	m_6	m_{14}	m_{10}

Minimalizace v Karnaughově mapě:
- výběr jedniček – součet součinů
- výběr nul – součin součtů

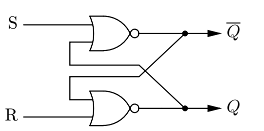
1.2. Zákony Boolovy algebry

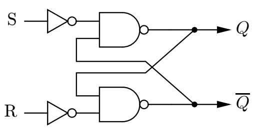
$$A \cdot (A + B) = A, \quad A + (A \cdot B) = A$$
$$A \cdot (\overline{A} + B) = A \cdot B, \quad A + (\overline{A} \cdot B) = A + B$$

- De Morgan: $A + B = \overline{\overline{A} \cdot \overline{B}}$, $\quad A \cdot B = \overline{\overline{A} + \overline{B}}$
  $\overline{A + B + C + D + \ldots} = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} \cdot \overline{D} \cdot \ldots$
- Concensus: $AB + \overline{A}C + BC = AB + \overline{A}C$
  $(A + B)(\overline{A} + C)(B + C) = (A + B)(\overline{A} + C)$

1.3. Klopné obvody

1.3.1. RS





Přechodová tab.

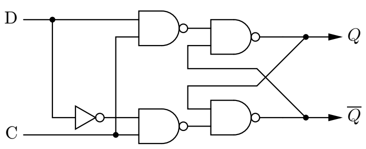
S	R	Q^+
0	0	Q^-
0	1	0
1	0	1
1	1	×

Budící tab.

Q	Q^+	S	R
0	0	0	×
0	1	1	0
1	0	0	1
1	1	×	0

Minimalizace:
- S – **1**, 1, ×, žádné 0 nebo **0**;
- R – **0**, 0, ×, žádné 1 nebo **1**;

1.3.2. D Latch

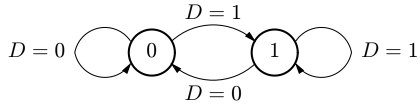


Přechodová tab.

D	C	Q^+
0	0	Q^-
0	1	0
1	0	Q^-
1	1	1

Budící tab.

Q	Q^+	D
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	1



Minimalizace: D – **1**, 1, ×, žádné 0 nebo **0**;

1.3.3. JK ($J \sim S$, $K \sim R$)

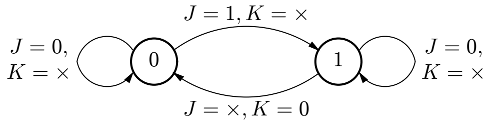
$$Q^+ = J\overline{Q} + \overline{K}Q$$

Přechodová tab.

C	J	K	Q^+
⎍	0	0	Q^-
⎍	1	0	1
⎍	0	1	0
⎍	1	1	$\overline{Q^-}$
0	×	×	Q^-

Budící tab.

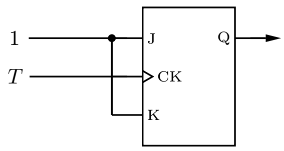
Q	Q^+	J	K
0	0	0	×
0	1	1	×
1	0	×	1
1	1	×	0



Minimalizace:
- J – všechny **1**, některé **0**, 1, ×;
- K – všechny **0**, některé **1**, 0, ×;

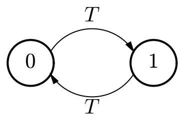
1.3.4. T flip-flop

$$Q^+ = T \oplus Q = T\overline{Q} + \overline{T}Q$$



Budící tab.

Q	Q^+	T
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0



Minimalizace:
- T – **0**, **1**, žádné 0, 1

1.4. Boolovská diference

$$\frac{\mathrm{d}F(x)}{\mathrm{d}x_i} = F(x_1, \ldots, x_i, \ldots, x_n) \oplus F(x_1, \ldots, \overline{x}_i, \ldots, x_n)$$

$$\frac{\mathrm{d}F(x)}{\mathrm{d}x_i} = \frac{\mathrm{d}\overline{F(x)}}{\mathrm{d}x_i}, \quad \frac{\mathrm{d}F(x)}{\mathrm{d}x_i} = \frac{\mathrm{d}F(x)}{\mathrm{d}\overline{x}_i}$$

$$\frac{\mathrm{d}(F(x) \cdot K)}{\mathrm{d}x_i} = K\frac{\mathrm{d}F(x)}{\mathrm{d}x_i}, \quad \frac{\mathrm{d}(F(x) + K)}{\mathrm{d}x_i} = \overline{K}\frac{\mathrm{d}F(x)}{\mathrm{d}x_i},$$

$$\frac{\mathrm{d}(K + x_iK_1 + \overline{x}_iK_0)}{\mathrm{d}x_i} = \overline{K}(K_1 \oplus K_2)$$

Detekce poruchy:
- $x_i/0$ získáme řešením $x_i\frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}x_i}$,
- $x_i/1$ řešením $\overline{x}_i\frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}x_i}$

1.5. Vlastnosti nonekvivalence (XOR, $\oplus$)

$$F \oplus G = F\overline{G} + \overline{F}G$$
$$F \oplus F = 0, \quad F \oplus \overline{F} = 1$$
$$F \oplus 1 = \overline{F}, \quad F \oplus 0 = F$$
$$FG \oplus FH = F(G \oplus H)$$
$$F + G = F \oplus G \oplus FG$$
$$\overline{F \oplus G} = \overline{F} \oplus G = F \oplus \overline{G}$$
$$F \oplus G = H \Rightarrow F \oplus H = G, G \oplus H = F$$